

## Задача № 13

**Дифракция Фраунгофера на одной щели**

*При подготовке к выполнению этой задачи следует ознакомиться с теорией по учебным пособиям:*

1. § 1, 3 Главы 4 учебного пособия С.Н. Козлов, А.В. Зотеев. "Колебания и волны. Волновая оптика", М., изд. МГУ.
2. § 10 С.Н. Козлов, А.В. Зотеев, А.Н. Невзоров, «Задачи по курсу общей физики с решениями. "Колебания и волны. Оптика", М., изд. МГУ.

**1. Цель работы**

Изучение дифракции света на одной щели по схеме Фраунгофера.

По распределению интенсивности в дифракционной картине необходимо определить длину волны лазерного излучения.

**2. Экспериментальное оборудование, приборы и принадлежности**

Лабораторная установка (рис. 13.1) включает оптическую скамью с светозащитным сдвигающимся кожухом (1), подвижные рейтер со щелью (2), источник света – полупроводниковый лазер (3), экран для визуализации дифракционной картины, смонтированный на одной стойке с видеокамерой (4).

К приборам и принадлежностям относятся также компьютер с необходимым программным обеспечением.

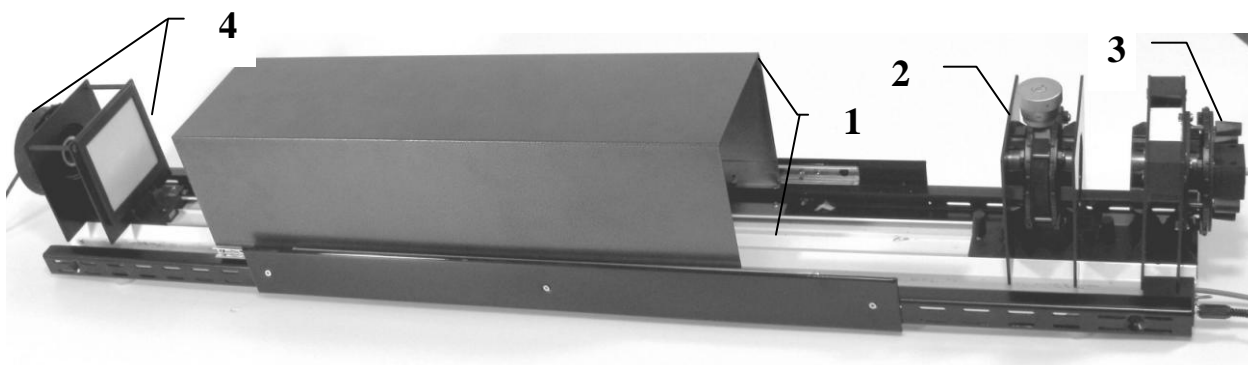


Рис. 13.1

### 3. Теоретическая часть

#### А. Общие положения

Как всякая интерференционная картина, дифракционная картина представляет собой череду максимумов и минимумов интенсивности света. Определение положения этих максимумов и минимумов – является основной задачей качественной теории дифракции, базирующейся на применении принципа Гюйгенса-Френеля.

Различают дифракцию расходящихся лучей (дифракцию Френеля или

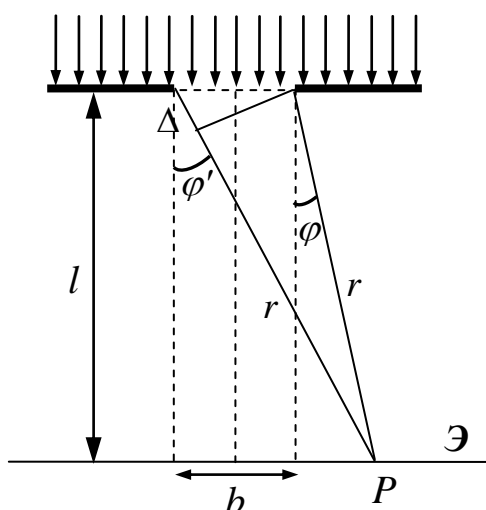


Рис. 13.2

«дифракцию в ближней зоне») и дифракцию параллельных пучков (дифракция Фраунгофера или «дифракцию в дальней зоне»).

Установим количественный критерий, позволяющий определить, какой вид дифракции будет иметь место в каждом конкретном случае. Найдём разность хода лучей от краев щели шириной  $b$  до точки наблюдения  $P$  (рис. 13.2). Пусть  $r$  и  $r + \Delta$  – расстояния от краев щели до точки экрана  $P$ . Применим теорему косинусов к треугольнику со сторонами  $r$ ,  $r + \Delta$ , и  $b$ :

$$(r + \Delta)^2 = r^2 + b^2 - 2rb \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right). \quad (13.1)$$

Раскроем квадрат суммы и преобразуем выражение:

$$2r\Delta + \Delta^2 = b^2 + 2rb \sin \varphi. \quad (13.2)$$

Ширина щели сопоставима с длиной волны, а расстояние от щели до точки наблюдения, как правило, много больше длины волны.

Поэтому  $\Delta^2 \ll r\Delta$ , и в уравнении (13.2) можно пренебречь слагаемым  $\Delta^2$ . В этом приближении получаем:

$$\Delta = \frac{b^2}{2r} + b \sin \varphi. \quad (13.3)$$

Если дифракционная картина наблюдается на большом расстоянии за препятствием (математически это соответствует пределу  $r \rightarrow \infty$ ), лучи проведённые от разных вторичных источников, находящихся в пределах щели, до точки  $P$  оказываются практически параллельными, а значение разности хода получается равным  $\Delta_\infty = b \sin \varphi$ . Это и есть случай «дифракции в параллельных лучах» – дифракции Фраунгофера.

Количественным критерием классификации дифракционных явлений можно считать соотношение между разностью  $\Delta - \Delta_\infty$  и длиной волны  $\lambda$ . Для дифракции Фраунгофера

$$\Delta - \Delta_\infty \ll \lambda. \quad (13.4)$$

При значениях  $\Delta - \Delta_\infty$  сравнимых с  $\lambda$  будет иметь место дифракция Френеля. Из соотношения (13.3) следует, что

Подстановка этого выражения в неравенство (13.4) приводит к удобной для анализа безразмерной величине  $\eta = \frac{b^2}{r\lambda}$ . Её значение показывает, с каким видом дифракции мы имеем дело: если  $\eta \ll 1$  – то с дифракцией Фраунгофера, если  $\eta \sim 1$  – дифракцией Френеля. Если  $\eta \gg 1$ , то дифракционными явлениями можно пренебречь, т.е. свет не проникает в область геометрической тени, и в этом случае можно пользоваться законами геометрической оптики.

Параметр дифракции  $\eta$  имеет вполне определённый физический смысл – он равен, по порядку величины, числу зон Френеля, которые попадают в отверстие преграды для точки в центре дифракционной картины. Итак,

$$\text{если } \eta \begin{cases} \ll 1 - \text{дифракция Фраунгофера}; \\ \sim 1 - \text{дифракция Френеля}; \\ \gg 1 - \text{геометрическая оптика}. \end{cases}$$

*Между дифракцией Френеля и дифракцией Фраунгофера нет принципиальной разницы*, одна непрерывно переходит в другую.

Для практического осуществления схемы дифракции Фраунгофера обычно точечный источник света помещают в фокус собирающей линзы. В этом случае после преломления в линзе получается параллельный пучок света (применение лазера в качестве источника света позволяет обойтись без линзы). Этот пучок дифрагирует на каком-либо препятствии, и дифракционная картина наблюдается в фокальной плоскости линзы, поставленной на пути дифрагировавшего света (рис. 13.3). Заметим, что использование линзы за препятствием не имеет принципиального значения, а лишь позволяет наблюдать дифракционную картину Фраунгофера на конечном расстоянии за ним.

Дифракция света ограничивает разрешающую способность спектральных и оптических приборов. Например, в результате дифракции каждая спектральная линия в спектральном приборе представляется серией максимумов определенной ширины, и, чтобы с помощью прибора можно было различить («разрешить») две спектральные линии, необходимо, чтобы соответствующие им максимумы не сливались в один.

## Б. Дифракция на одной щели

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера на щели шириной  $b$ , на которую перпендикулярно к ней падает плоская световая волна. Интерференционная картина при дифракции монохроматического света на щели будет представлять собой семейство тёмных и светлых полос, параллельных щели (см. рис. 13.6). Для того чтобы определить, как распределена интенсивность света в дифракционной картине на экране, воспользуемся методом векторных диаграмм. Разобьём волновой фронт, совпадающий с плоскостью щели, на много ( $n$ ) одинаковых узких полосок, параллельных краям щели. В соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля, каждая такая полоска может рассматриваться как самостоятельный источник “вторичных” волн (в данном случае вторичные волны не сферические, как для точечных источников, а цилиндрические).

Рассмотрим семейство лучей, соответствующих волнам, распространяющимся от всех вторичных источников в одном направлении, составляющем угол  $\varphi$  с направлением падающего на щель света. В центральную точку экрана  $O$

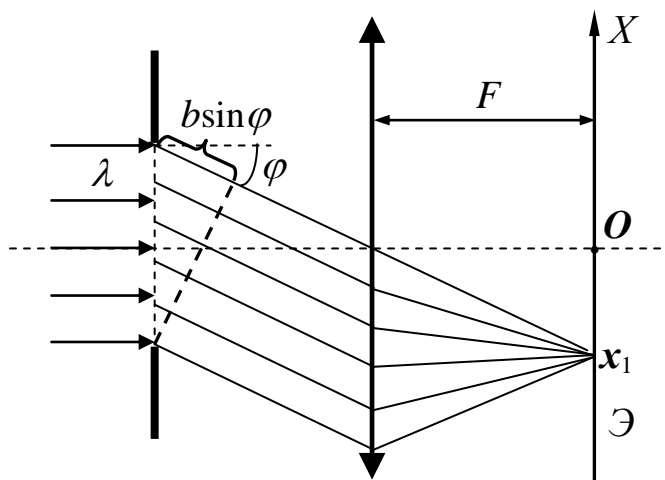


Рис. 13.3

( $\varphi = 0$ ) все  $n$  волн приходят, пройдя одинаковый путь, поэтому их амплитуды и фазы в точке  $O$  одинаковы. Соответственно, одинакова длина векторов, соответствующих колебаниям напряжённости электрического поля (“амплитуда световых колебаний”)  $\vec{E}_i$  в центре экрана, возбуждённого волнами от каждого вторичного источника, и все

векторы  $E_i$  “выстраиваются” вдоль одной прямой – рис. 13.4,а. Результирующее колебание имеет амплитуду, равную длине

$$\text{суммарного вектора } E_0 = \sum_{i=1}^n E_i .$$

Будем постепенно удаляться от центра дифракционной картины, т.е. рассматривать лучи, распространяющиеся от вторичных источников под всё большими углами дифракции  $\varphi$ . Теперь между колебаниями, приходящими от разных вторичных источников (полосок) в данную точку экрана, будет “набегать” определённая разность фаз. В частности, на рис. 13.4,б показана векторная диаграмма для достаточно малого угла дифракции  $\varphi$ , когда разность фаз колебаний от первой и последней полосок (угол между первым и последним векторами –  $E_1$  и  $E_n$ ) равна приблизительно  $\pi/4$ . Длина результирующего вектора при этом меньше величины  $E_0$ , задающей длину дуги. Рис. 13.4,в помогает понять, каким образом можно определить длину результирующего вектора колебаний  $E^{(\varphi)}$  и, следовательно, освещённость, при произвольном значении угла дифракции  $\varphi$  в пределах центрального максимума (чуть позже мы определим его границы). Длину вектора  $E^{(\varphi)}$  можно найти, например, по теореме косинусов из треугольника, показанного на рисунке. Две

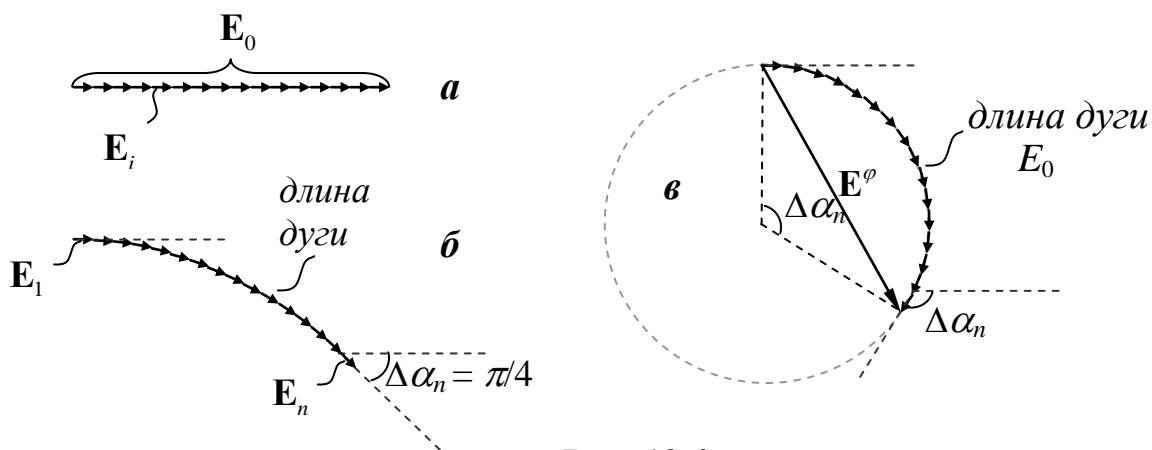


Рис. 13.4

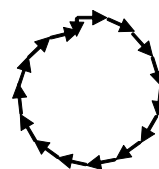
другие стороны этого треугольника (радиусы окружности) легко выразить через  $E_0$  и угол  $\Delta\alpha_n$ . В свою очередь  $\Delta\alpha_n$  – это *фазовое запаздывание колебаний*, приходящих от  $n$ -го источника относительно первого. На рис. 13.3 показана разность хода между волнами, испускаемыми “крайними” вторичными источниками  $\Delta = b\sin\varphi$ . Значит, искомый сдвиг фаз для крайних лучей, идущими от щели под углом  $\varphi$  к нормали, равен

$$\Delta\alpha_n = 2\pi \frac{b\sin\varphi}{\lambda}. \quad (13.5)$$

Например, при выполнении условия  $b\cdot\sin\varphi = \lambda/2$  разность фаз между колебаниями  $E_1$  и  $E_n$  равна  $\pi$  – на векторной диаграмме дуга имеет вид полуокружности. Амплитуда результирующего вектора  $\vec{E}^{(\pi)}$  при этом вычисляется особенно просто

$$E^{(\pi)} = \frac{2E_0}{\pi} \approx 0,64E_0.$$

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды напряжённости, поэтому  $I^{(\pi)} \approx 0,4 I_0$ , т.е. освещённость в данном случае (на “плече” центрального максимума) составляет примерно 40% от освещённости в самом центре дифракционной картины. При дальнейшем увеличении угла дифракции  $\varphi$  интенсивность монотонно уменьшается, пока не становится минимальной при выполнении условия  $b\sin\varphi = \lambda$ . Разность фаз между колебаниями  $E_1$  и  $E_n$  достигает при этом  $2\pi$  – векторная диаграмма имеет вид, представленный на рис. 13.5.



первый минимум

$$\sin\varphi = \lambda/b$$

Рис. 13.5

При ещё больших углах дифракции наблюдается чередование всё более слабых максимумов и минимумов освещённости – векторная диаграмма будет “свиваться” в спираль, длина результирующего вектора то возрастает до размеров диагонали, то убывает почти до нуля. Надо помнить, что *неизменной остаётся полная длина спирали* –  $E_0$ , следовательно значительно уменьшается её “диаметр”, а значит «высота» очередного максимума. Используя метод векторных диаграмм, можно показать, что интенсивность “боковых” максимумов  $I_m$  связана с интенсивностью в центре дифракционной картины  $I_0$  ( $\varphi=0$ ) соотношением:

$$I_m = \frac{I_0}{[(m + 1/2)\pi]^2}. \quad (13.6)$$

Расчёт даёт такие количественные соотношения для интенсивностей дифракционных максимумов различного порядка:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,045 : 0,016 : 0,008 : \dots$$

Зависимость изменения освещённости экрана от синуса угла дифракции представлена на рис. 13.6. Минимумы освещённости на экране

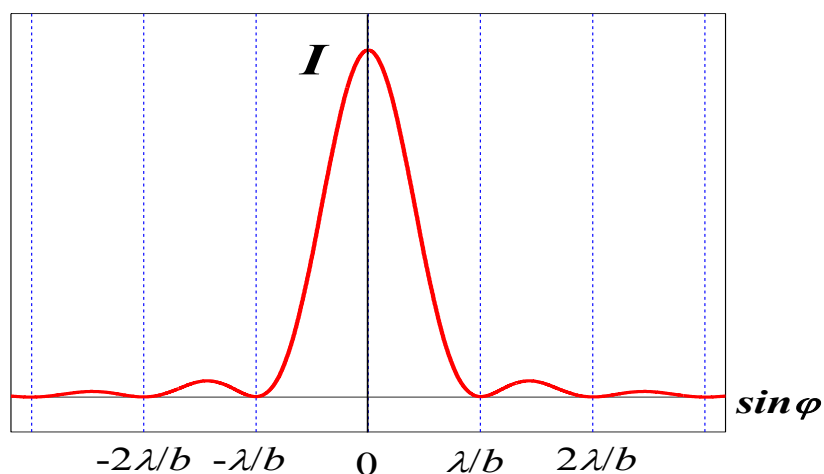


Рис.13.6



наблюдаются при выполнении условия:

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, \dots \quad (13.7)$$

Угловое положение первого дифракционного минимума  $\sin \varphi_1 = \lambda/b$  является наиболее характерным параметром дифракционной картины от щели. Именно этот параметр определяет протяжённость центральной, наиболее освещённой, области экрана.

Запишем также и условия наблюдения всех максимумов дифракционной картины от щели:

$$b \sin \varphi = 0, \pm (m + 1/2) \lambda, \quad m = 1, 2, \dots \quad (13.8)$$

Число  $m$  в условиях (13.7) и (13.8) называется *порядком* соответствующего *минимума* или *максимума* в дифракционной картине.

Отметим, что центральный максимум в два раза шире, чем все остальные, а его максимальная интенсивность приблизительно в 25 раз больше, чем двух соседних. Поэтому почти вся энергия светового потока, проходящего через щель, сосредоточена в области центрального (“нулевого”) максимума. Заметим также, что положения минимумов и максимумов (кроме центрального) зависят от длины волны, т.е. щель является простейшим спектральным аппаратом.

## **В. Вывод расчётной формулы**

В данной работе дифракционная картина Фраунгофера наблюдается *без использования дополнительной линзы* на экране, расположенном достаточно далеко за щелью. Для минимумов, расположенных вблизи центра дифракционной картины угол дифракции  $\varphi$  мал и  $\sin \varphi$  в равенстве (13.6) можно заменить на величину

$$\frac{\Delta x_m}{2L} \quad (\text{где } L \text{ – расстояние между щелью и экраном, } \Delta x_m \text{ – расстояние}$$

между минимумами одного порядка  $m$  на экране). В этом приближении выражение (13.7) приобретет вид:

$$b \frac{\Delta x_m}{2L} = \pm m \lambda . \quad (13.9)$$

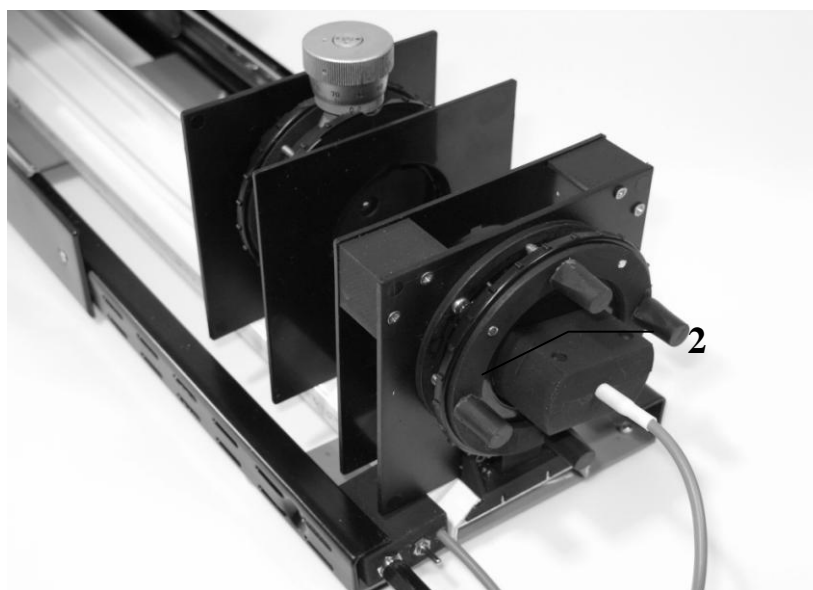
Отсюда по данным экспериментальных измерений величин  $\Delta x_m$  и  $L$  можно найти длину волны света, падающего на преграду:

$$\lambda = \frac{\Delta x_m b}{2Lm} . \quad (13.10)$$

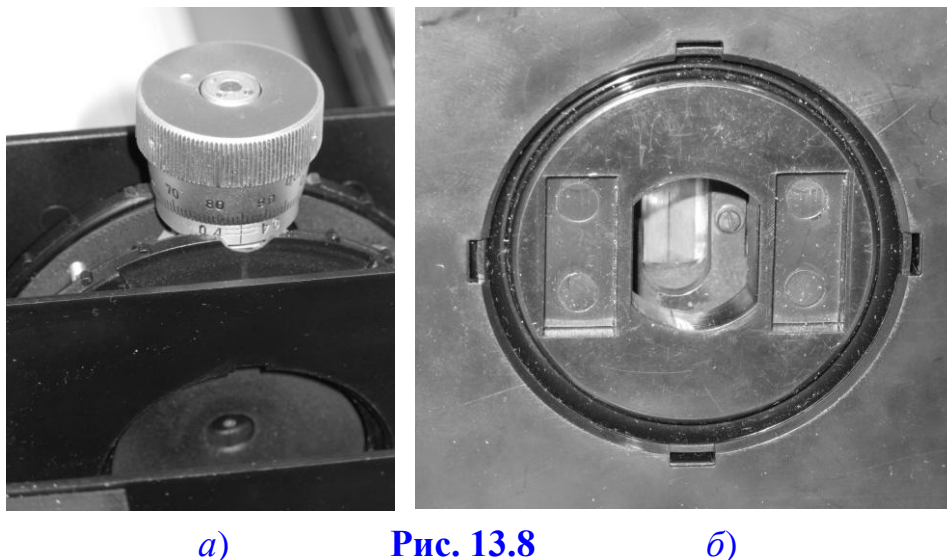
#### **4. Описание лабораторной установки**

На рис. 13.7 показан участок оптической скамьи с рейтерами, на которых установлены полупроводниковый лазер и раздвижная щель.


Микрометрический винт (см. рис. 13.8,*а*) раздвижной щели (рис. 13.8,*б*) проградуирован так, что одно его деление на вертикальной шкале соответствует 0,1 мм, а на барабане – 0,001 мм. Раздвижная щель полностью закрыта (ширина её равна нулю) при показаниях микрометрического винта, равных 0,115 мм – это точка отсчёта по шкале винта.



**Рис. 13.7**



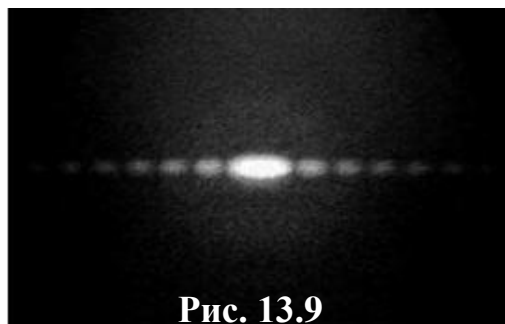
## 5. Порядок проведения работы

1. После включения компьютера запустить программу «Практикум по физике» и выбрать соответствующий сценарий проведения эксперимента (Alt+C). Для этого на панели устройств найти кнопку  (Выбрать сценарий проведения эксперимента) (Alt+C). В открывшемся окне в списке задач найти задачу «Дифракция Фраунгофера одной щели» и дважды щелкнуть по ней левой кнопкой мыши.
2. Подключить видеокамеру, присоединив её кабель к USB-входу компьютера.
3. Замерить расстояние  $L$  между щелью и экраном. Стойка с щелью находится на отметке 98 мм ( $x_1$ ). Определить отметку, на которой находится экран ( $x_2$ ) и затем определить расстояние  $L$  как:

$$L = x_2 - x_1 = \dots \text{ мм} - 98 \text{ мм} = \dots \text{ мм}$$

Записать его значение:  $L = (\dots \pm 1) \text{ мм}$

4. Вращая микрометрический винт по часовой стрелке до упора, полностью открыть раздвижную щель (по вертикальной шкале микрометрического винта – 0,4 мм), при этом будет наблюдаться дифракционная картина, подобная показанной на рис. 13.9.
5. После этого, медленно вращая микрометрический винт в сторону уменьшения ширины щели (т.е., против часовой стрелки), дождаться



момента, когда дифракционная картина начнет изменяться. Записать в таблицу 1 значение ширины щели  $b$ , которое будет равно:

$$b = (0,400 \text{ мм} - 0,115 \text{ мм} - x \text{ мм})$$

(где  $x$  – текущее показание микрометрического винта).

*Внимание! Счёт по шкале барабана идет в «обратную» сторону, например, в случае, показанном на рисунке 13.10, будет не 0,028, а 0,072.*

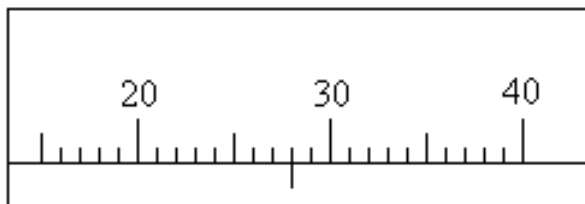


Рис. 13.10

минимумами первого порядка и расстояние между минимумами второго порядка. Для этого нужно:

- выбрать на панели инструментов кнопку  (работа с камерой) (только в том случае, если окно с камерой само автоматически не открылось вместе с программой).
- в рабочем окне «Камера» произвести запись изображения дифракционной картины, нажав кнопку  (запись данных с камеры в файл). Перед этим, для того, чтобы были видны П-образные выступы, светозащитный кожух необходимо немного отодвинуть от экрана, как показано на рис. 13.11 (расстояние между выступами 55 мм). Ввести имя файла и нажать «Сохранить», и после приблизительно 10 секунд (не менее) обратно отжать кнопку , при этом файл автоматически откроется уже в окне обработки.
- перемещая и растягивая мышью единичный отрезок , сопоставить его с расстоянием между П-образными выступами оправки на изображении.
- нажать на кнопку  (установка длины масштабного отрезка) и ввести длину масштабного отрезка «55».
- перемещая и растягивая мышью систему координат , поместить

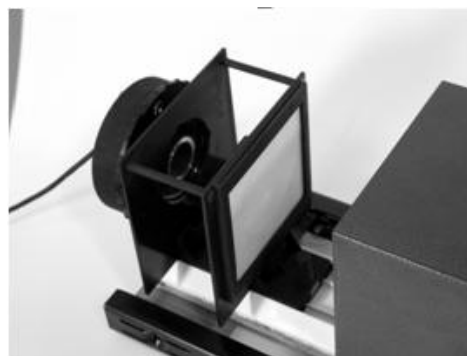


Рис. 13.11

её центр в максимум нулевого порядка дифракционной картины, а ось  $X$  сориентировать в плоскости дифракционной картины.



- в правом окне регистрации данных на панели инструментов нажать кнопку  (добавление отрезка к изображению) и зафиксировать выбранный инструмент кнопкой  (фиксация текущего инструмента).
- пометить отрезками попарно дифракционные минимумы 1-го порядка  $\Delta x_1$  и дифракционные минимумы 2-го порядка  $\Delta x_2$ . Записать эти данные в таблицу 1.

Таблица 1

номер опыта $i$ ,	$b$ , мм	расстояние между минимумами 1-го порядка $\Delta x_1$ , мм	$\lambda_1$ , нм	$\lambda_1 - \lambda_{1\text{ср}}$ , нм	расстояние между минимумами 2-го порядка $\Delta x_2$ , мм	$\lambda_2$ , нм	$\lambda_2 - \lambda_{2\text{ср}}$ , нм
1							
2							
3							
4							
5							

После таблицы оставить место для записи расчётных результатов (примерно половину страницы).

7. Нажать кнопку «Камера» и вернуться в режим работы видеокамеры. Уменьшая ширину щели, провести измерения  $b$ ,  $2a_1$ ,  $2a_2$  ещё 4 раза (при малой ширине щели следует отказаться от измерения расстояния между вторыми максимумами). Записать эти данные в таблицу 1.

## 6. Указания по обработке результатов измерений

1. Используя полученную ранее расчётную формулу (13.10), определить длину волны по измеренным расстояниям между минимумами 1-го порядка (т.е.  $\lambda_{1i}$ ) и между минимумами 2-го порядка (т.е.  $\lambda_{2i}$ ). Записать результаты в таблицу 1:

$$\lambda = \frac{\Delta x_m b}{2Lm}, \quad (13.10)$$

где

$\Delta x_m$  – расстояние между минимумами;  
 $L$  – расстояние между щелью и экраном.

2. Используя полученные значения  $\lambda_{1i}$  и  $\lambda_{2i}$  вычислить среднее значение длины волны излучения лазера для каждого случая  $\lambda_{1,2cp}$ :

$$\lambda_{1,2cp} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \lambda_{1,2i} = \dots \text{ нм.}$$

Оценить **погрешности измерений** длины волны излучения лазера:

$$\Delta\lambda_{1,2}^{изм} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \Delta\lambda_{1,2i} = \dots \text{ нм}$$

Оценить **погрешность метода** и затем **общую погрешность эксперимента**.

**Погрешность метода:**

$$\varepsilon_{\lambda}^{мет} =$$

$$\Delta\lambda^{мет} = \varepsilon_{\lambda}^{мет} \cdot \langle \lambda \rangle = \dots \text{ нм.}$$

**Общая погрешность эксперимента:**

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda^{мет} + \Delta\lambda^{изм} = \dots \text{ нм.}$$

Записать результат экспериментального определения длины волны излучения лазера в стандартной форме:

$$\lambda = (\langle \lambda \rangle \pm \Delta\lambda) \text{ ед.изм.}$$

## 7. Контрольные вопросы

1. Запишите уравнение волны для случая распространения света в вакууме вдали от источника.
2. Дайте определение волновой поверхности, волнового фронта.
3. Какие волны называются плоскими, сферическими?
4. Что такое дифракция?
5. В чём состоит принцип Гюйгенса и для чего он используется?
6. Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
7. Что понимают под терминами «дифракция Френеля» и «дифракция Фраунгофера»?
8. В чём суть метода Френеля решения задач дифракции?
9. Как выбирают вторичные источники при анализе дифракции Фраунгофера на одной щели?
10. Как строится векторная диаграмма для случая дифракции Фраунгофера на одной щели? Каков физический смысл каждого

вектора на этой диаграмме? Чем определяется его длина; угол поворота?

11. Чем определяется угол поворота последнего вектора по отношению к первому? Чем определяется длина дуги на этой диаграмме?
12. Как определить интенсивность света в зависимости от угла дифракции?
13. Запишите условие, определяющее положение минимумов интенсивности при дифракции Фраунгофера на одной щели.
14. Чему равна угловая ширина центрального дифракционного максимума при дифракции Фраунгофера на одной щели?
15. Что такое дифракционные ограничения разрешающей способности оптических приборов?
16. Расскажите о порядке проведения работы и методе определения длины волны излучения лазера в этом эксперименте.

### **8. Указания по технике безопасности**

1. Перед выполнением работы получить инструктаж у лаборанта.
2. Запрещается трогать руками оптические поверхности линзы, источника и экран. Все перемещения вдоль оптической скамьи следует производить, двигая приборы за металлические рейтеры.
3. Соблюдать общие правила техники безопасности работы в лаборатории "Физика".

### **9. Приложения**

Приложение 1. Оценка погрешности измерений.

Приложение 2. Датчики, интерфейсы, программное обеспечение.

Приложение 3. Справочные материалы.