

Лекция 5. Вынужденные колебания в электрических цепях – Переменный ток

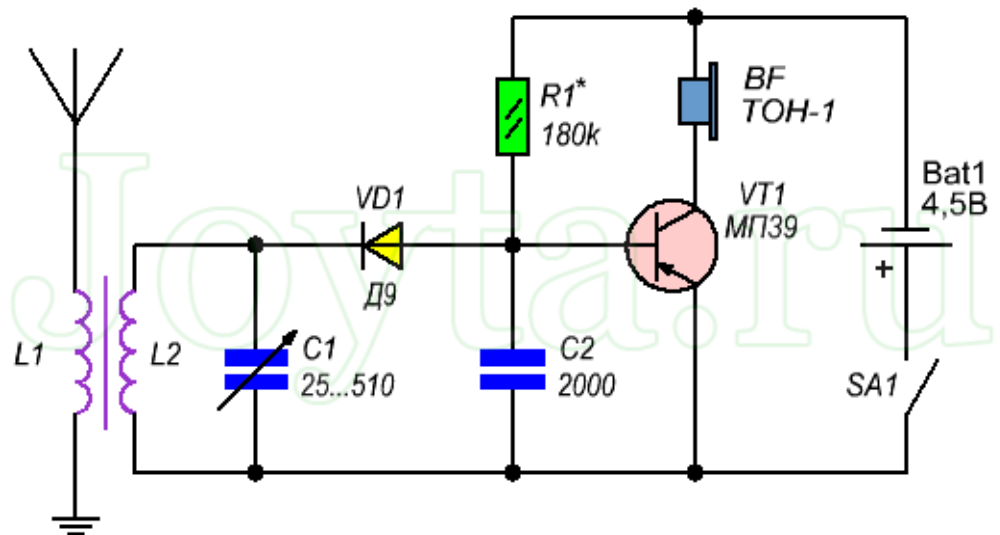


О пользе резонанса

1. Резонаторы в музыкальных инструментах
2. Раскачивание качелей
3. Раскачивание колоколов
4. Магнитно-резонансное обследование организма
5. Выталкивание застрявшей машины



Радиоприёмник



1.5. Резонанс «скорости» ($\dot{\xi} \rightarrow I$ сила тока!)

“Урожай” продолжаем собирать :

$$\dot{\xi}(t) = \mathcal{A} \cdot \Omega \cos(\Omega t - \alpha + \pi/2); \quad \mathcal{A}_v = \mathcal{A} \cdot \Omega$$

амплитуда «скорости»

$$\mathcal{A}_v(\Omega) = \mathcal{A}(\Omega) \cdot \Omega$$

$$\mathcal{A}_v(\Omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 / \Omega^2 + 4\beta^2}}$$

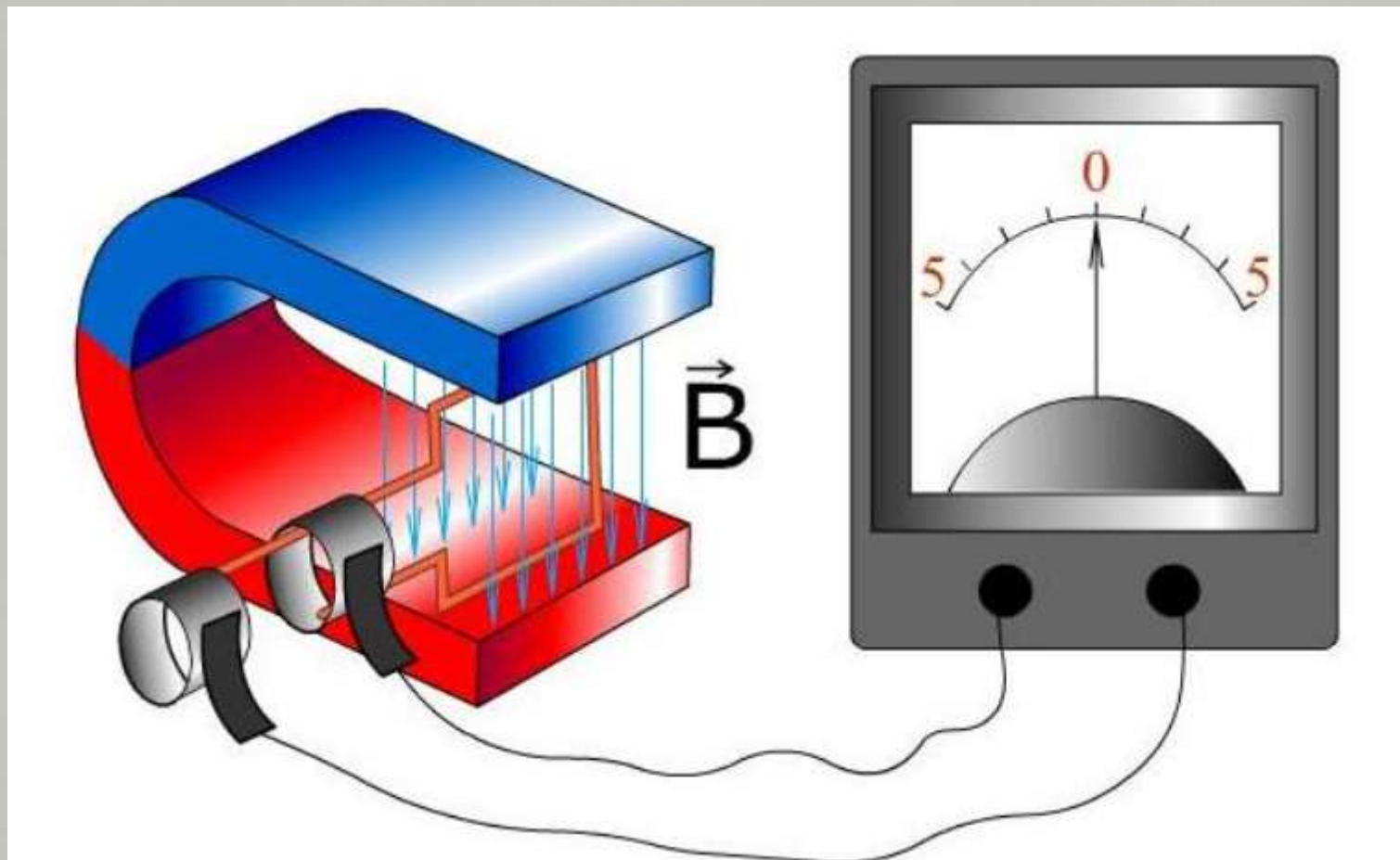
В чём разница ?

1) “из нуля”;

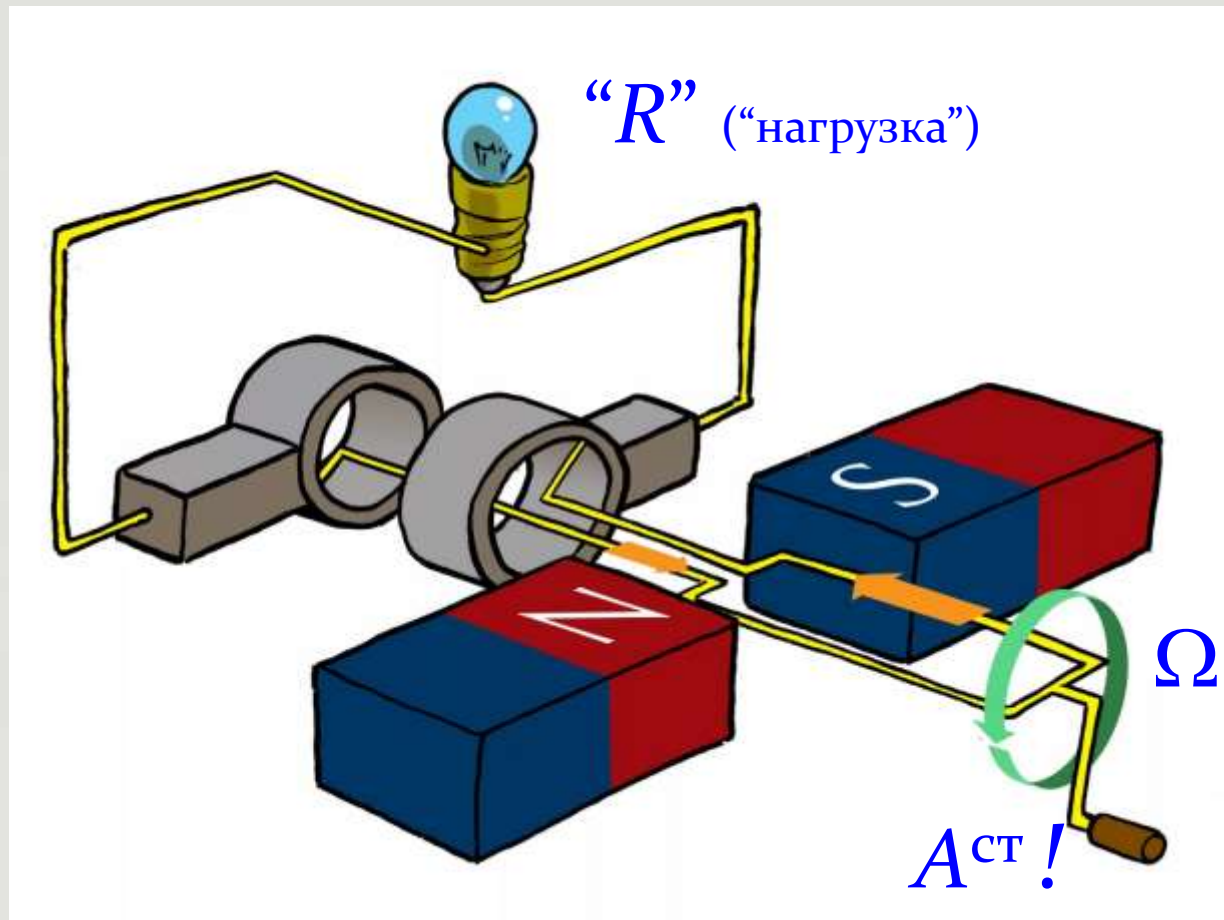
2) $\Omega_{рез} = \omega_0$.

§ 2. Вынужденные колебания в электрических цепях. Переменный ток

2.1. Генератор переменного тока

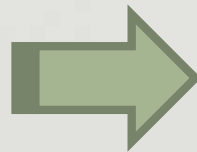


Генератор переменного тока



$$\Phi(t) = BS \cdot \cos \alpha = BS \cdot \cos(\Omega t)$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \Omega \cdot BS \cdot \sin(\Omega t)$$

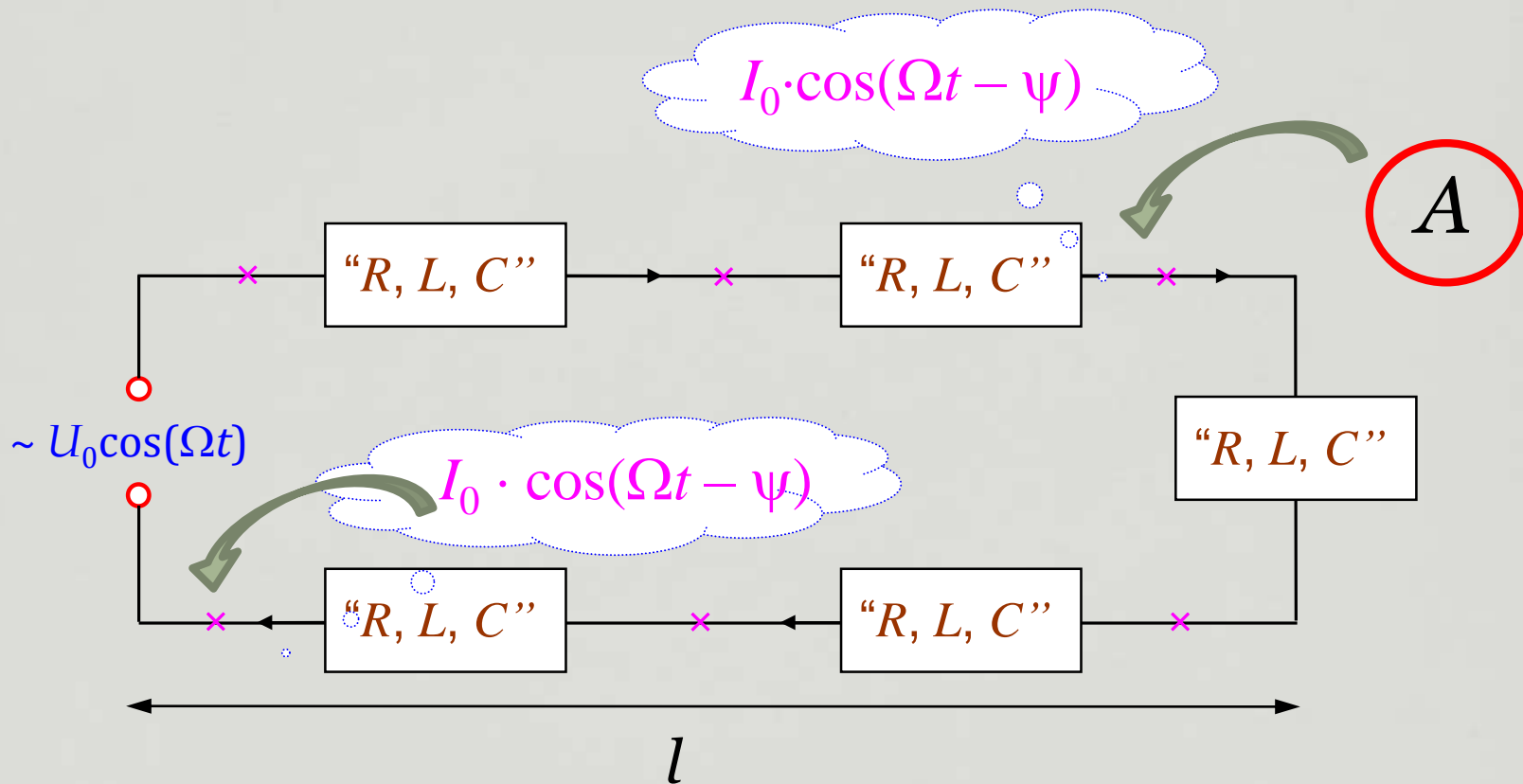


$$I(t) = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{\Omega BS}{R} \cdot \sin(\Omega t)$$

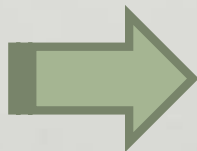
Далее будем писать: $\mathcal{E}(t) \equiv U(t)$

2.2. Условие квазистационарности («мягкое» ограничение)

«Длинная» цепь переменного тока



$$\tau = \frac{l}{c} \ll T$$



$$l \ll cT$$

Бытовая сеть переменного тока

(посмотрим, что у нас в розетке?)



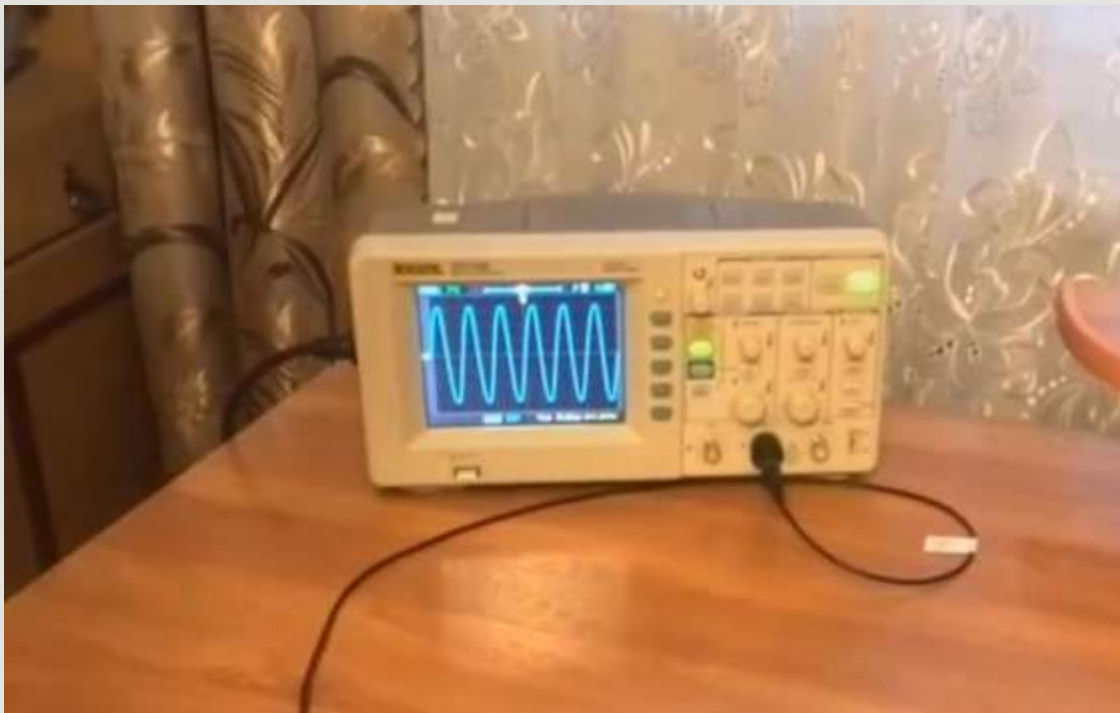
$$\nu = 50 \text{ Гц}$$

$$T = 20 \text{ мс}$$

$$U = 220 \text{ В} ??$$

Бытовая сеть переменного тока

(посмотрим, что у нас в розетке?)

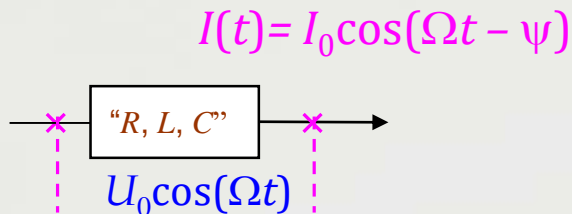


$$\nu = 50 \text{ Гц}$$

$$T = 20 \text{ мс}$$

$$U = 220 \text{ В} ??$$

2.3. Закон Ома для участка цепи переменного тока



$$Z = \frac{U_0}{I_0}$$

➡ (Опр.) Отношение **амплитуды** напряжения к **амплитуде** силы тока называется **полным сопротивлением** участка цепи переменного тока

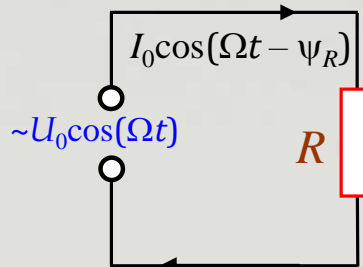
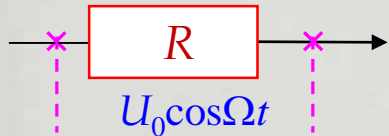
- Закон Ома для участка цепи переменного тока состоит в том, что **амплитудное значение** силы переменного тока **прямо пропорционально** **амплитудному значению** приложенного к участку цепи напряжения:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z}$$

2.4. Простые примеры

2.4.1. "R"

$$I(t) = I_0 \cos(\Omega t - \psi_R)$$



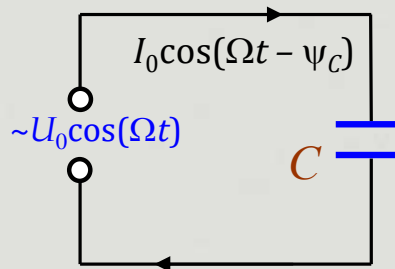
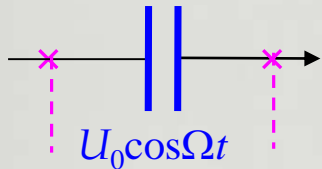
$$U_0 \cdot \cos(\Omega t) = R \cdot I_0 \cdot \cos(\Omega t - \psi_R)$$

$$\psi_R = 0 \quad I_R(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \cos(\Omega t)$$

Совпадает! (фаза)

2.4.2. "C"

$$I(t) = I_0 \cos(\Omega t - \psi_C)$$



$$I(t) = \Omega C U_0 \cdot \cos(\Omega t + \pi/2)$$

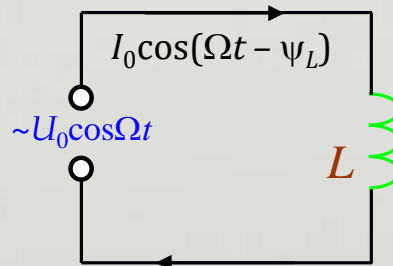
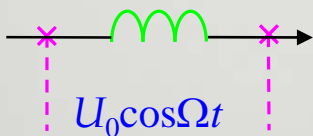
$$\psi_C = -\frac{\pi}{2}$$

$$X_C = \frac{1}{\Omega C}$$

Опережает!

2.4.3. "L"

$$I(t) = I_0 \cos(\Omega t - \psi_L)$$



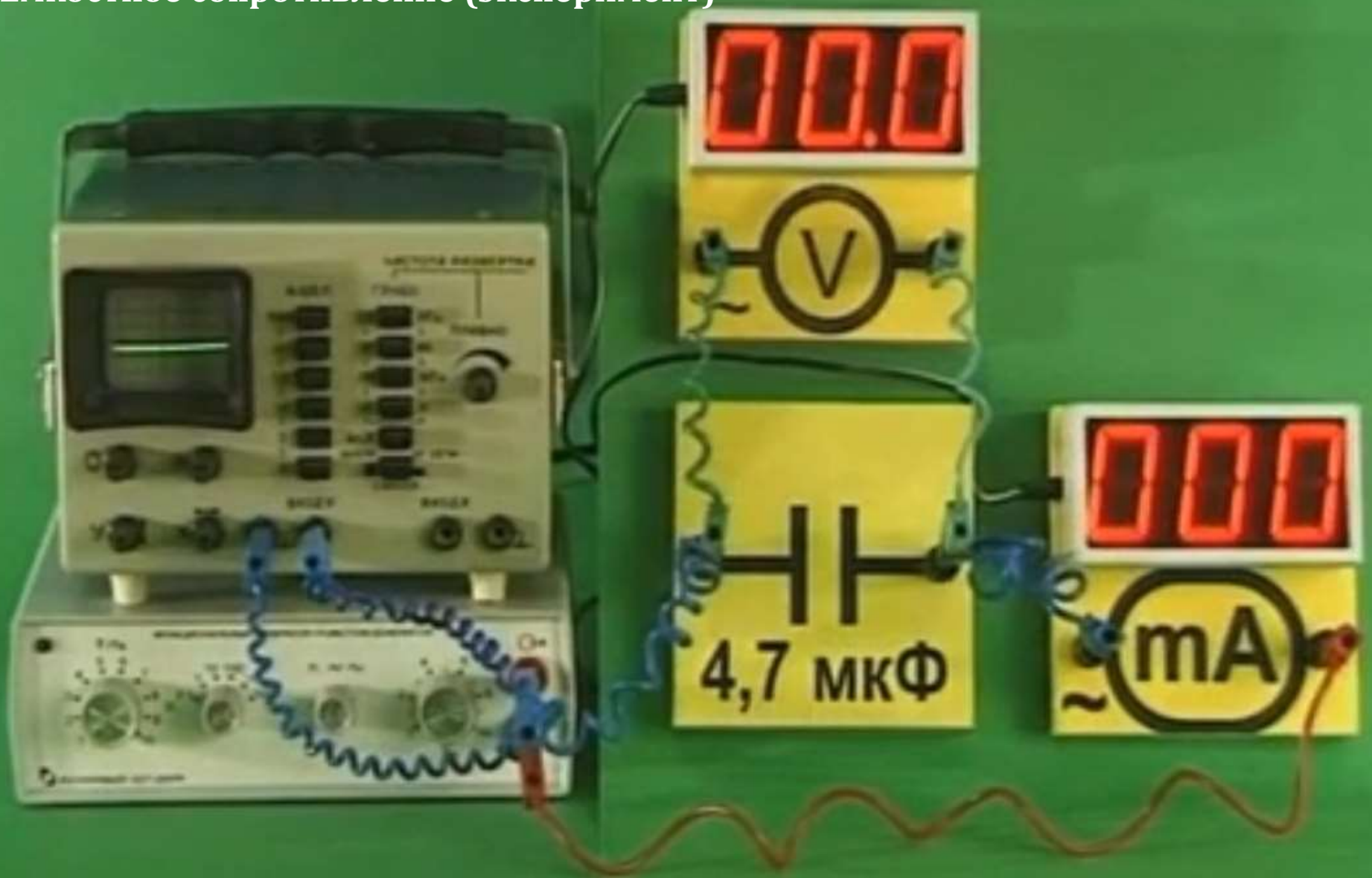
$$I(t) = \frac{U_0}{\Omega L} \cdot \sin(\Omega t - \pi/2)$$

$$\psi_L = +\frac{\pi}{2}$$

$$X_L = \Omega L$$

Отстаёт!

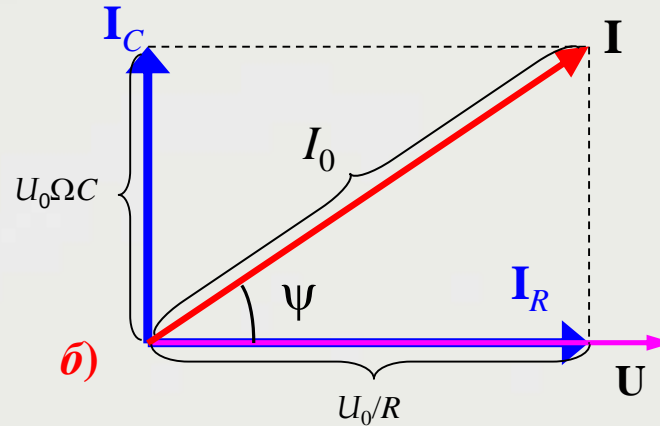
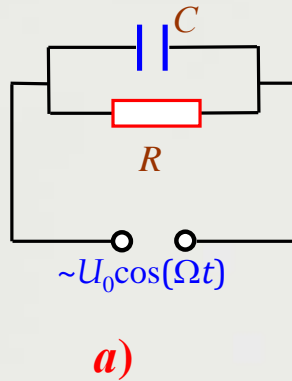
Ёмкостное сопротивление (эксперимент)



2.5. Более сложные цепи

2.5.1. “RC”

Строим “векторы-колебания” !



$$I_0^2 = \left(\frac{U_0}{R} \right)^2 + (U_0 \cdot \Omega C)^2$$

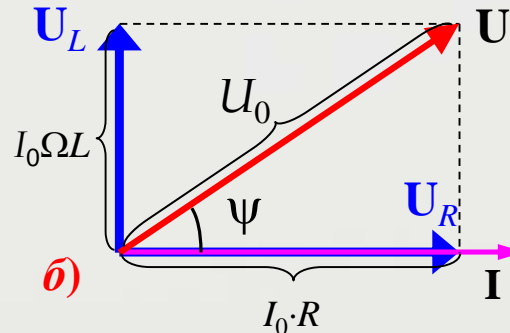
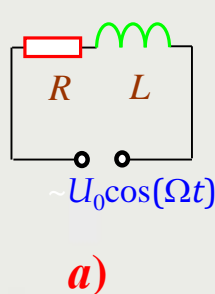
$$I_0 = \frac{U_0}{R} \cdot \sqrt{1 + (R\Omega C)^2}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\Omega C}{1/R} = R\Omega C$$

$$I_R(t) = \dots; I_C(t) = \dots; I(t) = \dots$$

$$Z = \dots$$

2.5.2. “RL”



$$\left\{ \begin{array}{l} U_R(t) = \dots \\ U_L(t) = \dots \\ I(t) = \dots \\ Z = \dots \end{array} \right.$$

?? д.з.

2.6. Мощность в цепи переменного тока.

Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения

2.6.1. Участок с резистором

$$P(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot \cos^2(\Omega t)$$

$$P(t) = \frac{1}{2} U_0 \cdot I_0 \cdot [1 + \cos(2\Omega t)]$$

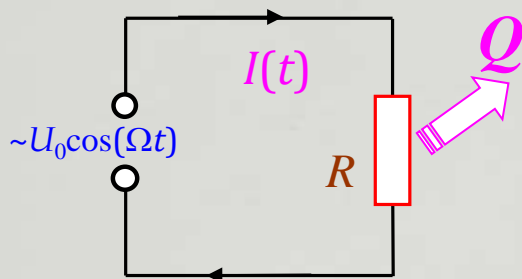


Рис. Участок с резистором

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_0 I_0 \quad \text{или} \quad \langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0^2 R$$

$$\langle P \rangle = U_{\text{д}} \cdot I_{\text{д}}$$

$$\langle P \rangle = I_{\text{д}}^2 \cdot R \quad \text{или} \quad \frac{U_{\text{д}}^2}{R} \Rightarrow$$

$$I_{\text{д}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$U_{\text{д}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

НО !



Рис. Пилообразное напряжение.

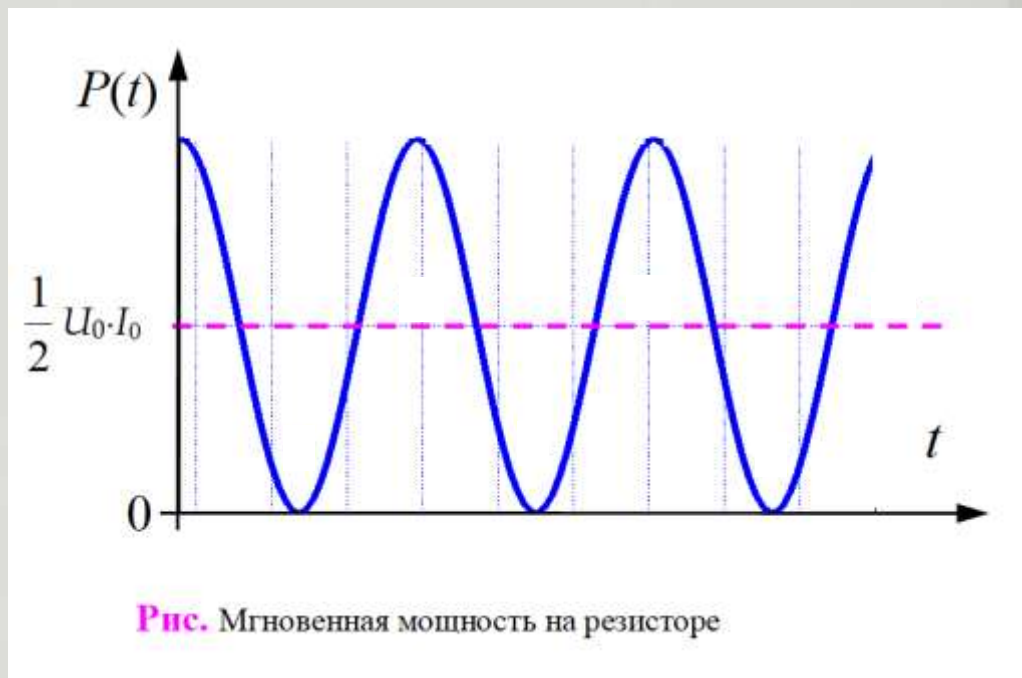


Рис. Мгновенная мощность на резисторе

$$I_{\text{д}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt$$

$$U_{\text{д}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt$$

$$I_{\text{д}} = \frac{I_0}{\sqrt{3}}$$

(Задача 6.2)

Доска 1



$$2\pi \nu = \Omega$$

$$\nu = 50 \text{ Гц}, \rightarrow T = \frac{1}{\nu} = 20 \text{ мс} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

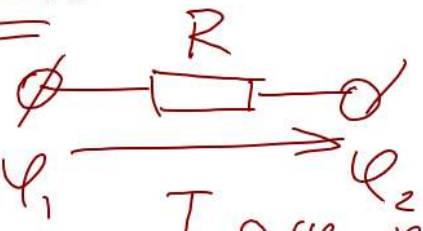
$$c \cdot T = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ с} = 6 \cdot 10^6 \text{ м} = \underline{\underline{6000 \text{ км}}}$$

$\nu \dots \text{кГц, МГц, ГГц} \quad l \ll \dots$

ВЧ СВЧ


Доска 2

Реш:



$(\text{Оhp.}) \quad R = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I}$

$I \sim (\varphi_1 - \varphi_2)$



$U_0 \cos \omega t$

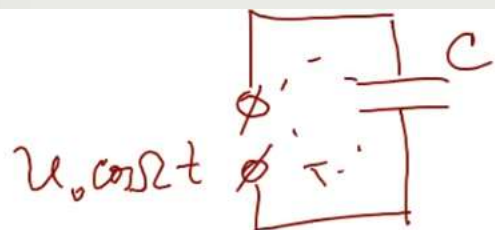
$I_0 \cos(\omega t - \varphi)$

$$\frac{U_0 \cos \omega t}{I_0 \cos(\omega t - \varphi)} = f(t) \neq \text{const}$$

$\frac{U_0}{I_0} = \text{const} \xrightarrow{(\text{Оhp.})} \boxed{Z = \frac{U_0}{I_0}}$

3-й Ома: $I_0 \sim U_0, \quad (\Omega) \quad \boxed{\bar{I}_0 = \frac{U_0}{Z}}$

Доска 3



$$u_0 \cos \Omega t = \frac{q}{C} ;$$

$$q(t) = C \cdot u_0 \cdot \cos \Omega t$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = -\Omega C u_0 \sin \Omega t =$$

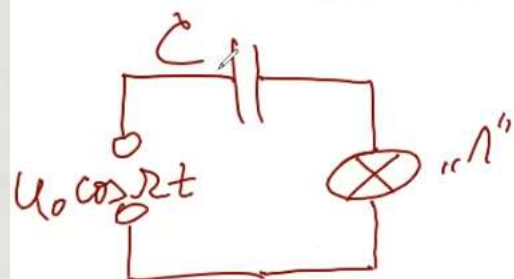
$$= \underbrace{\Omega C u_0}_{I_0} \cos(\Omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\varphi_c = -\frac{\pi}{2}$$

$I_c(t)$ опережает $u_c(t)$

$$Z_c = \frac{u_0}{I_0} = \frac{1}{\Omega C} ;$$


$$X_c = \frac{1}{\Omega C}$$



\nearrow Ω - частота \nearrow

$$I(t) = I_0 \cos(\Omega t - \varphi_c)$$

Доска 4

$$U_0 \cos \Omega t$$


$$I_0 \cos(\Omega t - \varphi_L)$$



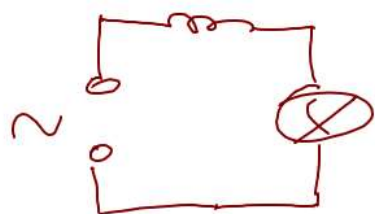
$$U_0 \cos \Omega t - \underbrace{L \cdot \frac{dI}{dt}}_{\varepsilon_{\text{с.}}} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U_0}{L} \cos \Omega t \quad \Bigg| \int$$

$$I(t) = \frac{U_0}{\Omega L} \sin \Omega t =$$

$$= \frac{U_0}{\Omega L} \cos\left(\Omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

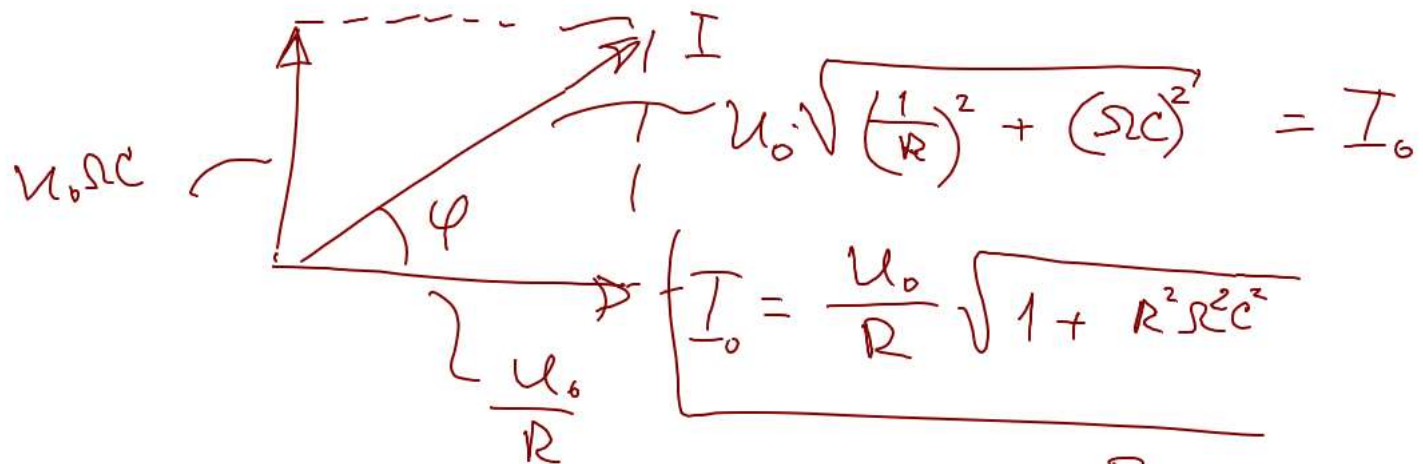
$$\varphi_L = +\frac{\pi}{2} \quad I_L(t) \text{ отстает от } U_L(t) !$$



$$\Omega L \uparrow \frac{U_{0L}}{I_{0L}} = Z_L = \frac{U_{0L}}{I_{0L}} = \Omega L$$

$$X_L = \Omega L$$

Доска 5



$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}}$$

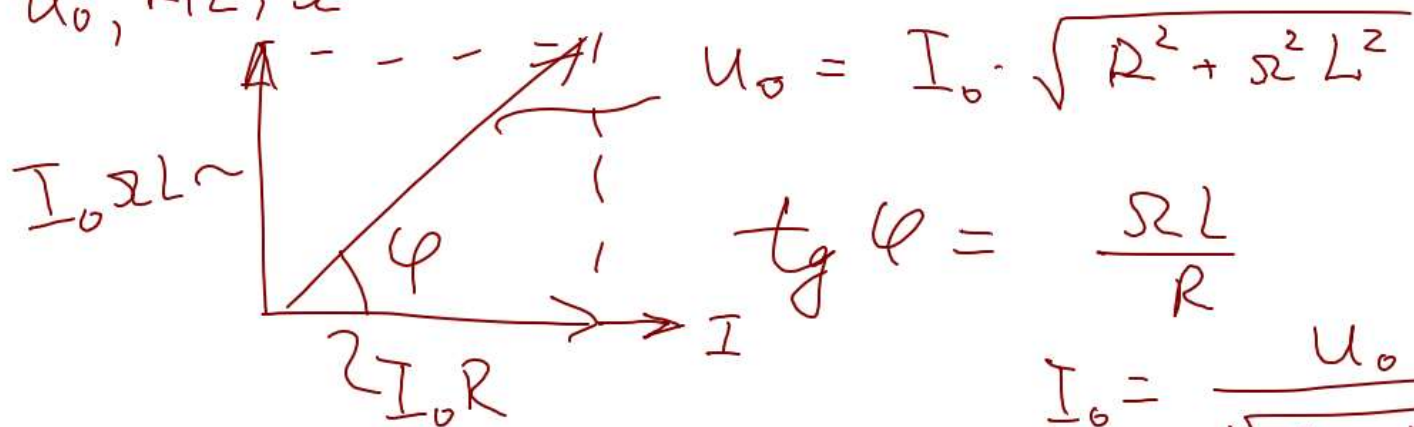
$$U(t) = U_0 \cos \omega t$$

$$\tan \varphi = \frac{\omega C}{1/R} = R \omega C$$

$$I(t) = \frac{U_0}{R} \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2} \cdot \cos(\omega t + \arctan R \omega C)$$

Доска 6

Дано: U_0, R, L, ω



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$U_R(t) = I_0 R \cdot \cos\left(\omega t - \arctan \frac{\omega L}{R}\right)$$

$$U_L = I_0 \omega L \cdot \cos\left(\omega t - \arctan \frac{\omega L}{R} + \frac{\pi}{2}\right)$$

...

$$Z =$$