

# Лекция 5. Вынужденные колебания в электрических цепях – Переменный ток

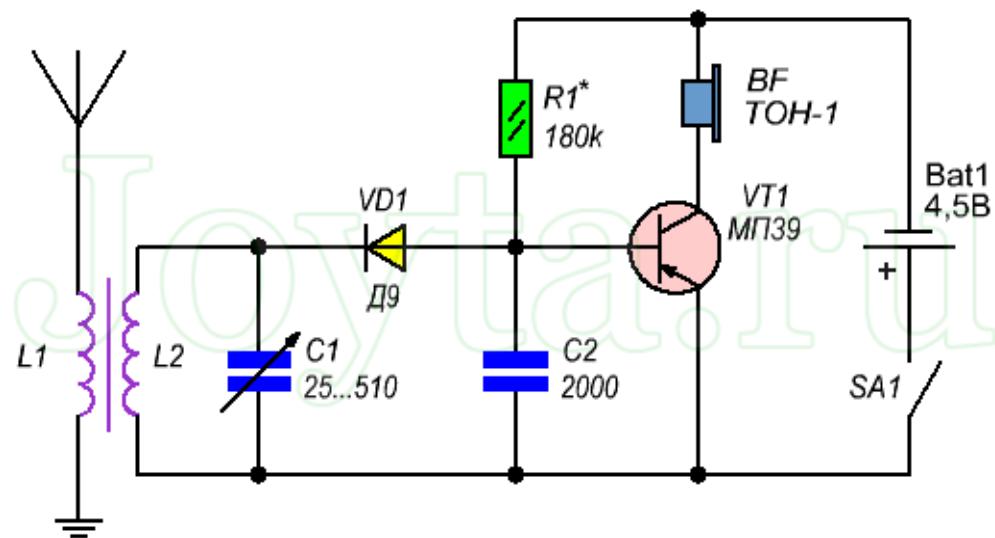


# О пользе резонанса

1. Резонаторы в музыкальных инструментах
2. Раскачивание качелей
3. Раскачивание колоколов
4. Магнитно-резонансное обследование организма
5. Выталкивание застрявшей машины



## Радиоприёмник



## 1.5. Резонанс «скорости» ( $\dot{\xi} \rightarrow I$ сила тока!)

“Урожай” продолжаем собирать :

$$\dot{\xi}(t) = \mathcal{A} \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega t - \alpha + \pi/2); \quad \mathcal{A}_v = \mathcal{A} \cdot \Omega$$

амплитуда «скорости»

$$\mathcal{A}_v(\Omega) = \mathcal{A}(\Omega) \cdot \Omega$$

$$\mathcal{A}_v(\Omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 / \Omega^2 + 4\beta^2}}$$

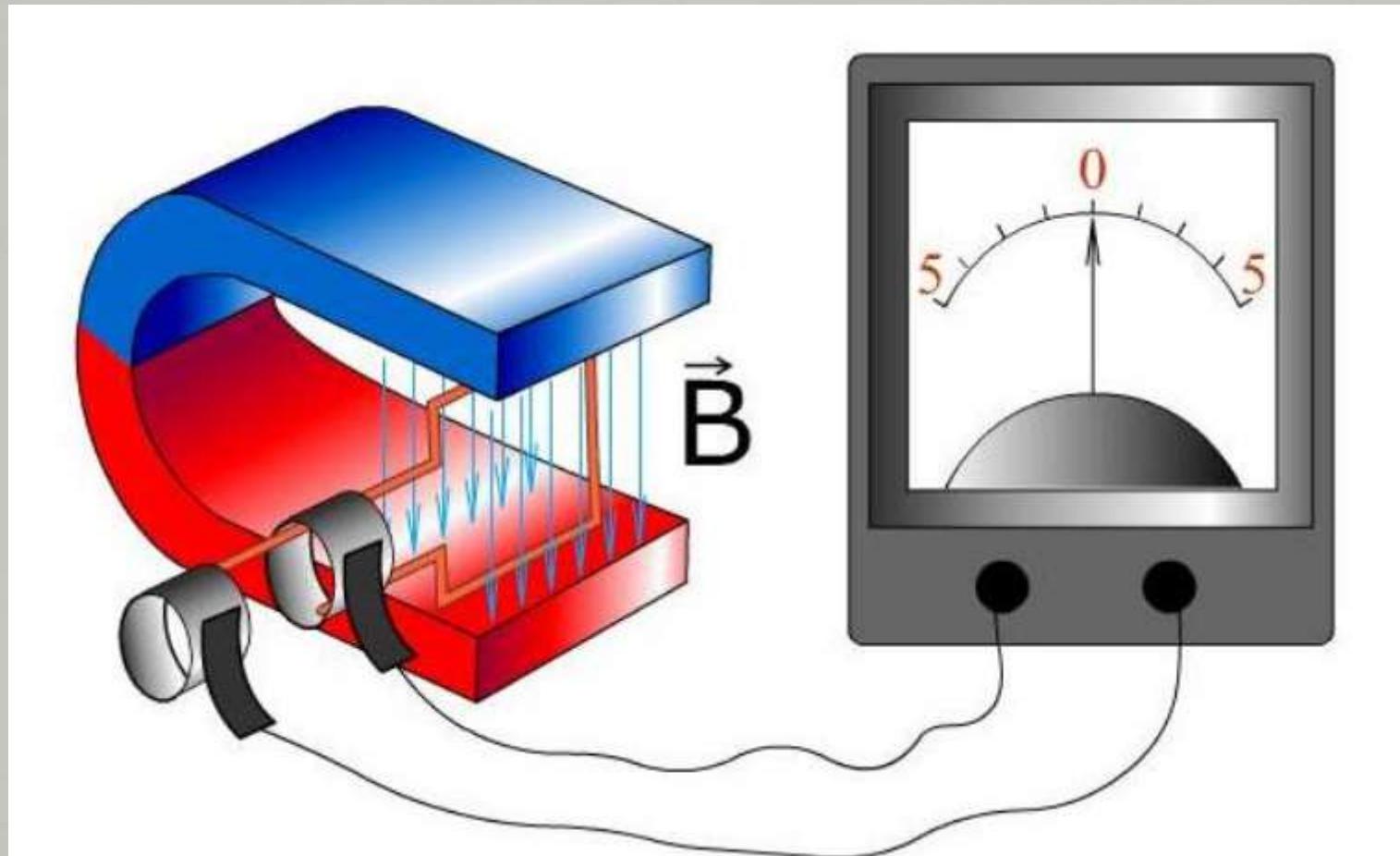
В чём разница

?

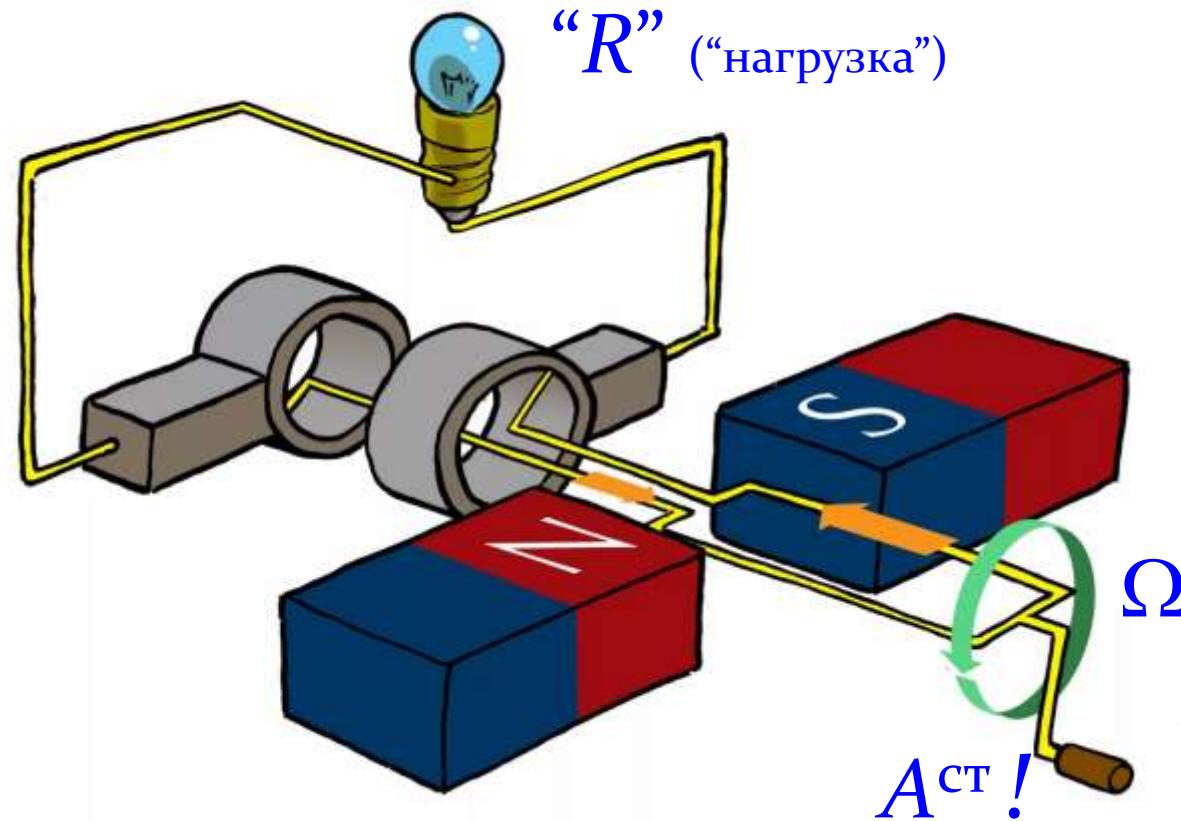
- 1) “из нуля”;
- 2)  $\Omega_{pes} = \omega_0$  .

## § 2. Вынужденные колебания в электрических цепях. Переменный ток

### 2.1. Генератор переменного тока

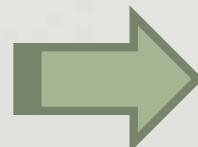


# Генератор переменного тока



$$\Phi(t) = BS \cdot \cos \alpha = BS \cdot \cos(\Omega t)$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \Omega \cdot BS \cdot \sin(\Omega t)$$



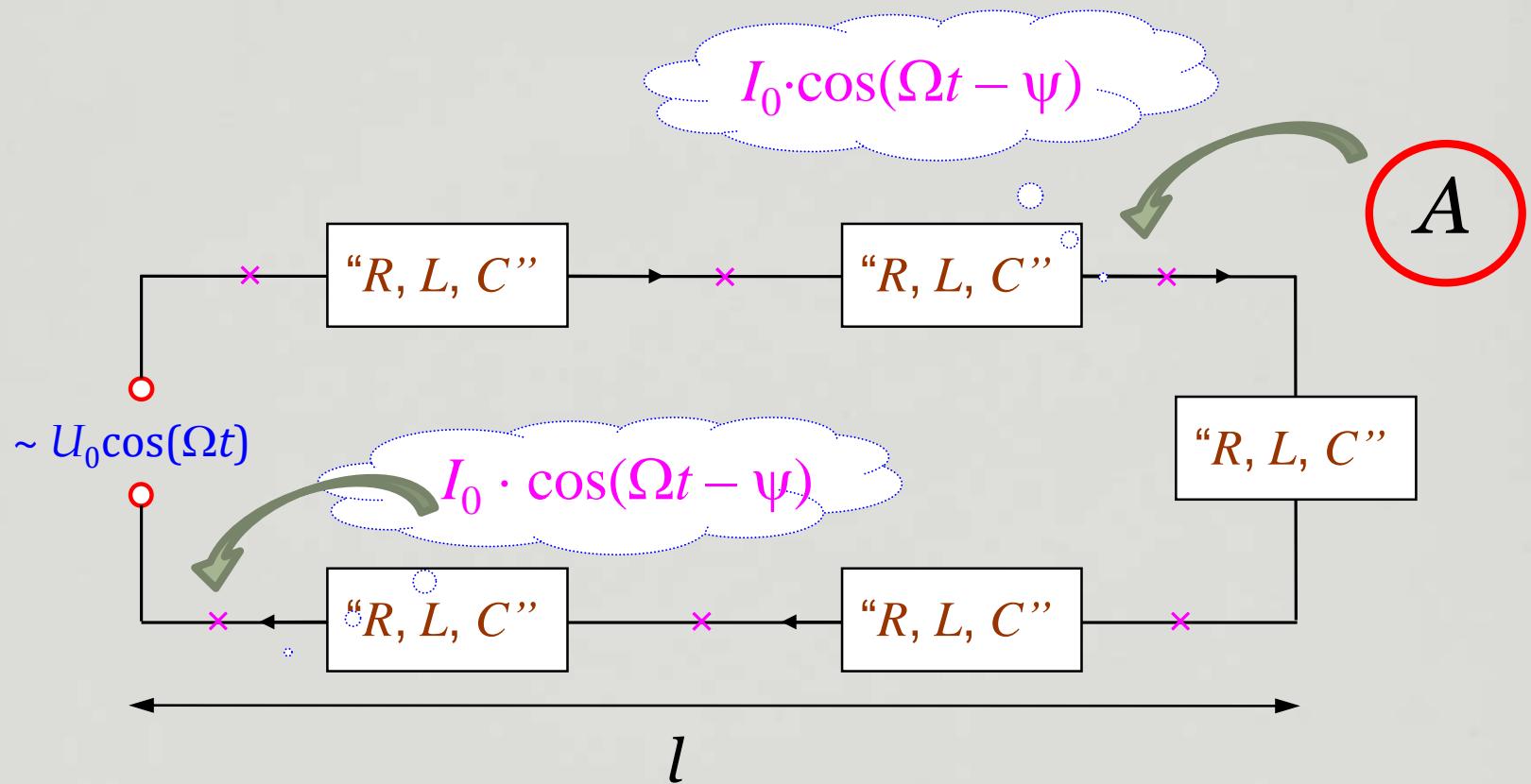
$$I(t) = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{\Omega BS}{R} \cdot \sin(\Omega t)$$

Далее будем писать:  $\mathcal{E}(t) \equiv U(t)$

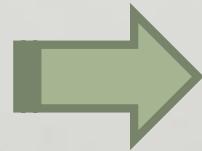
## 2.2. Условие квазистационарности

(«мягкое» ограничение)

**“Длинная” цепь переменного тока**



$$\tau = \frac{l}{c} \ll T$$



$$l \ll cT$$

# **Бытовая сеть переменного тока**

*(посмотрим, что у нас в розетке?)*



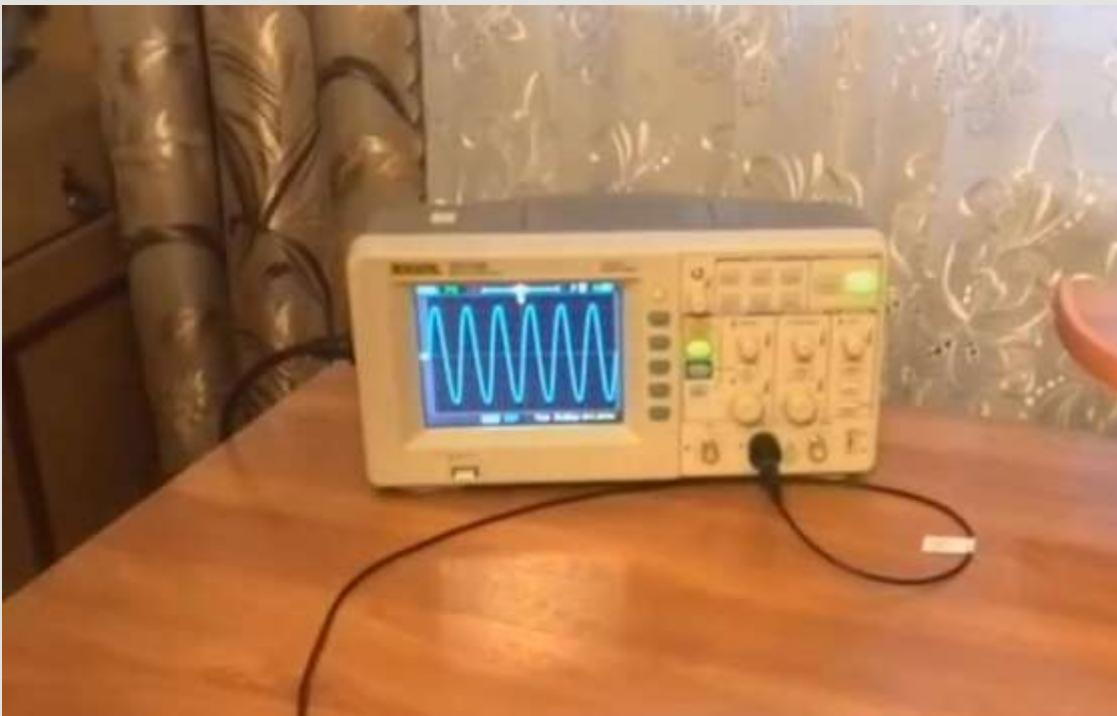
$$v = 50 \text{ Гц}$$

$$T = 20 \text{ мс}$$

$$U = 220 \text{ В} \quad ??$$

# **Бытовая сеть переменного тока**

*(посмотрим, что у нас в розетке?)*



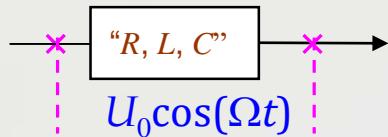
$v = 50 \text{ Гц}$

$T = 20 \text{ мс}$

$U = 220 \text{ В} \quad ??$

## 2.3. Закон Ома для участка цепи переменного тока

$$I(t) = I_0 \cos(\Omega t - \psi)$$



$$Z = \frac{U_0}{I_0}$$

► (Опр.) Отношение амплитуды напряжения к амплитуде силы тока называется полным сопротивлением участка цепи переменного тока

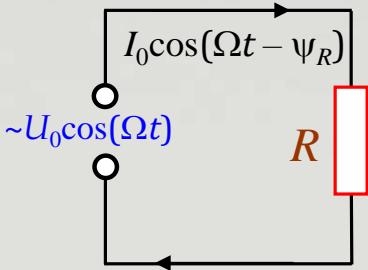
- Закон Ома для участка цепи переменного тока состоит в том, что амплитудное значение силы переменного тока **прямо пропорционально** амплитудному значению приложенного к участку цепи напряжения:

The equation  $I_0 = \frac{U_0}{Z}$  is displayed within a decorative, cloud-shaped frame composed of small circles.

## 2.4. Простые примеры

### 2.4.1. "R"

$$I(t) = I_0 \cos(\Omega t - \psi_R)$$



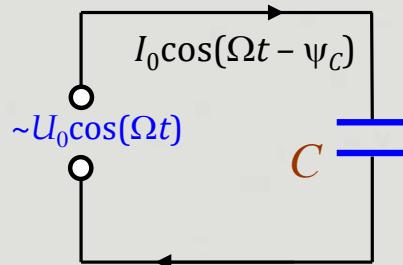
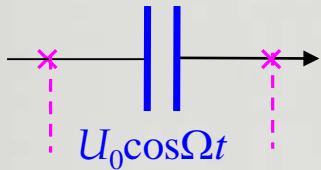
$$U_0 \cdot \cos(\Omega t) = R \cdot I_0 \cdot \cos(\Omega t - \psi_R)$$

$$\psi_R = 0 \quad I_R(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \cos(\Omega t)$$

Совпадает! (фаза)

### 2.4.2. "C"

$$I(t) = I_0 \cos(\Omega t - \psi_C)$$



$$I(t) = \Omega C U_0 \cdot \cos(\Omega t + \pi/2)$$

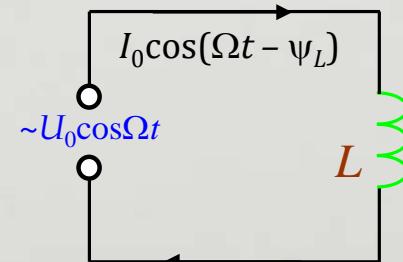
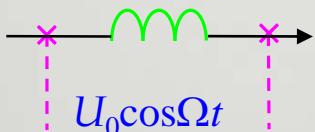
$$\psi_C = -\frac{\pi}{2}$$

$$X_C = \frac{1}{\Omega C}$$

Опережает!

### 2.4.3. "L"

$$I(t) = I_0 \cos(\Omega t - \psi_L)$$



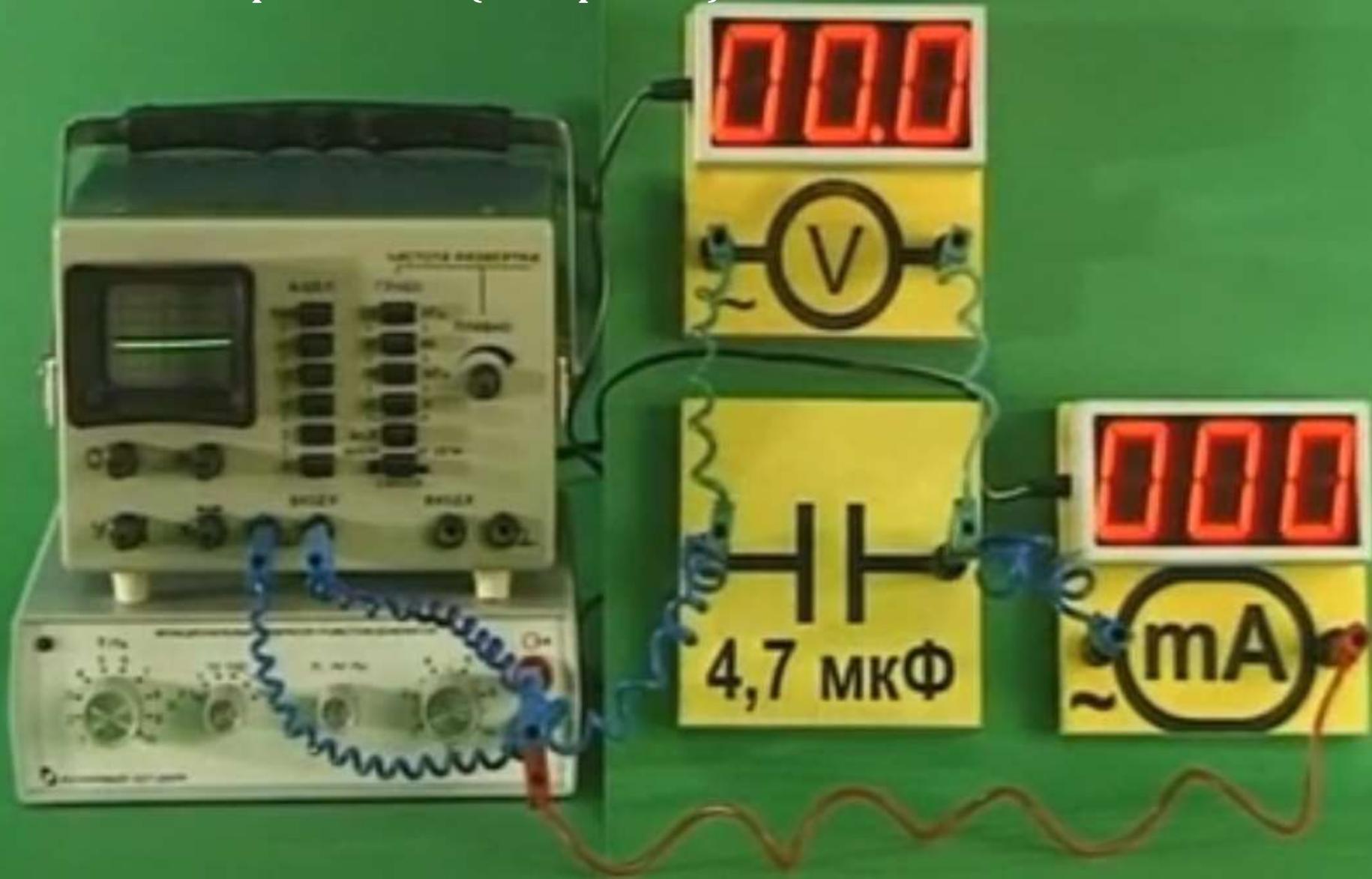
$$I(t) = \frac{U_0}{\Omega L} \cdot \sin(\Omega t - \pi/2)$$

$$\psi_L = +\frac{\pi}{2}$$

$$X_L = \Omega L$$

Отстает!

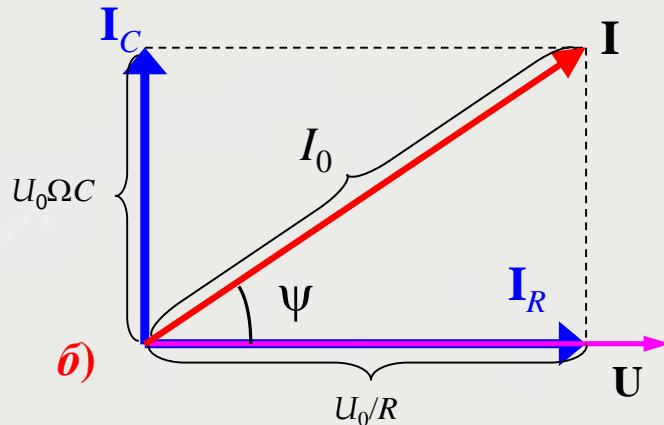
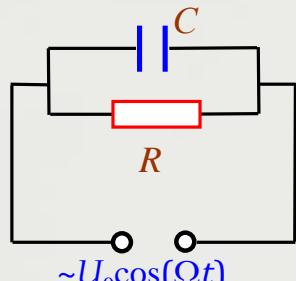
# Ёмкостное сопротивление (эксперимент)



## 2.5. Более сложные цепи

### 2.5.1. "RC"

Строим “векторы-колебания” !



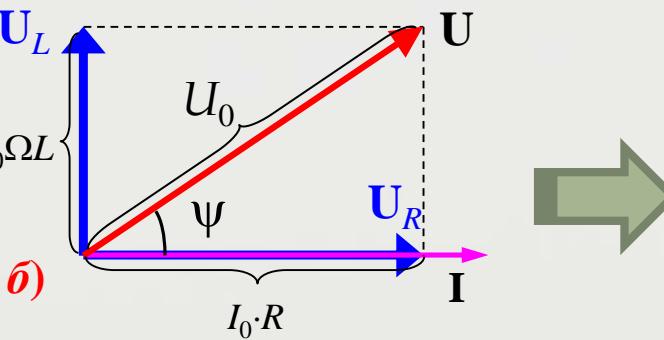
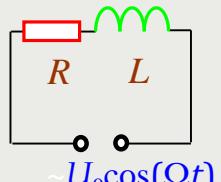
$$I_0^2 = \left(\frac{U_0}{R}\right)^2 + (U_0 \cdot \Omega C)^2$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \cdot \sqrt{1 + (R\Omega C)^2}$$

$$I_R(t) = \dots ; I_C(t) = \dots ; I(t) = \dots$$

$$Z = \dots$$

### 2.5.2. "RL"



$$\begin{cases} U_R(t) = \dots \\ U_L(t) = \dots \\ I(t) = \dots \\ Z = \dots \end{cases} \quad ?? \text{ Д.З.}$$

## 2.6. Мощность в цепи переменного тока. Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения

### 2.6.1. Участок с резистором

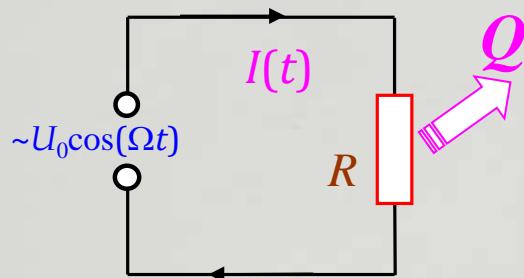


Рис. Участок с резистором

$$P(t) = U_0 \cdot I_0 \cdot \cos^2(\Omega t)$$

$$P(t) = \frac{1}{2} U_0 \cdot I_0 \cdot [1 + \cos(2\Omega t)]$$

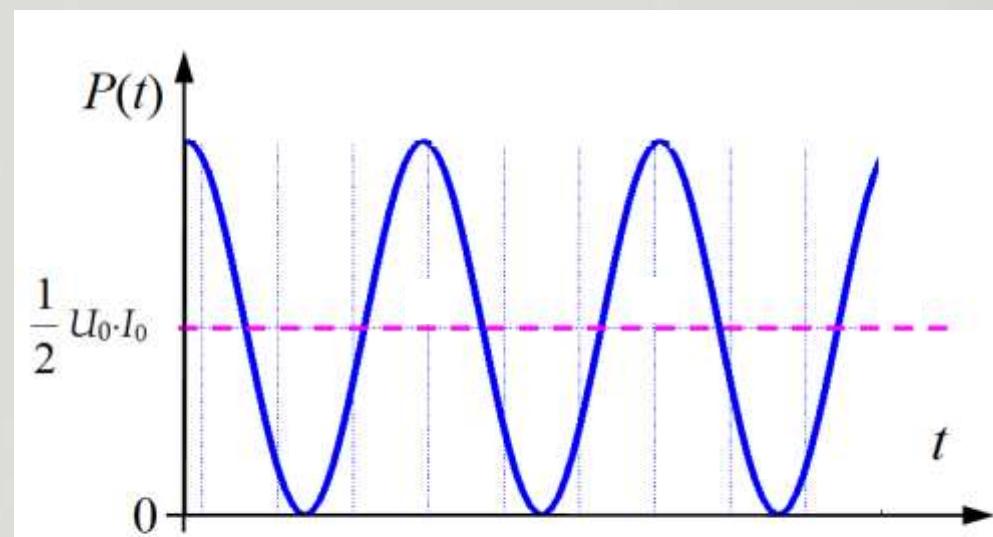


Рис. Мгновенная мощность на резисторе

$\langle P \rangle = \frac{1}{2} U_0 I_0$     или     $\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0^2 R$

$$\langle P \rangle = U_\text{o} \cdot I_\text{o}$$

$$\langle P \rangle = I_\text{o}^2 \cdot R \quad \text{или} \quad \frac{U_\text{o}^2}{R} \Rightarrow$$

$$I_\text{o} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$U_\text{o} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad \text{НО!}$$

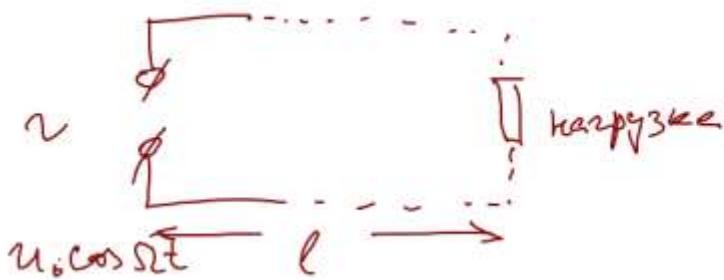


Рис. Пилообразное напряжение.

$$I_\text{o}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt \quad U_\text{o}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt$$

$$I_\text{o} = \frac{I_0}{\sqrt{3}} \quad \text{(Задача 6.2)}$$

## Доска 1



$$2\pi \nu = s_L$$

$$\nu = 50 \text{ Гц}, \rightarrow T = \frac{1}{\nu} = 20 \text{ мс} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с}$$

$$c \cdot T = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ с} = 6 \cdot 10^6 \text{ м} = \underline{\underline{6000 \text{ км}}}$$

... кГц, МГц, ГГц       $l \ll \dots$

ВЧ      СВЧ

## Доска 2

Рем:

$$\frac{U_1 - U_2}{I} \stackrel{(Ом.)}{=} R ;$$

$$I \sim (U_1 - U_2)$$

$U_0 \cos \omega t$

$$I_0 \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\frac{U_0 \cos \omega t}{I_0 \cdot \cos(\omega t - \varphi)} = f(t) \neq \text{const}$$

$\frac{U_0}{I_0} = \text{const}$   $\xrightarrow{\text{(Ом.)}}$   $Z = \frac{U_0}{I_0}$

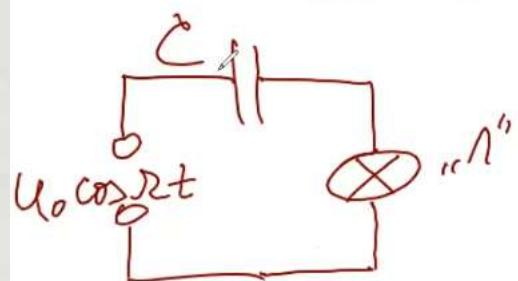
$I_0 \sim U_0$ ,  $\xrightarrow{(S)}$   $I_0 = \frac{U_0}{Z}$

### Доска 3

$$U_0 \cos \omega t \quad \begin{array}{c} \phi \\ \phi - \frac{\pi}{2} \end{array} \quad C$$

$$U_0 \cos \omega t = \frac{Q}{C};$$

$$Q(t) = C \cdot U_0 \cdot \cos \omega t$$



$\cancel{Q} \rightarrow$  НЧ - негарих

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi_c)$$

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = -\omega C U_0 \sin \omega t =$$

$$= \underline{\omega C U_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$\varphi_c = -\frac{\pi}{2}$$

$$Z_c = \frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C};$$

$$\boxed{X_c = \frac{1}{\omega C}}$$

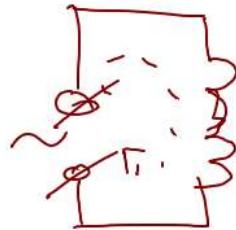
!

$I_c(t)$  Онеренает  $U_c(t)$

## Доска 4

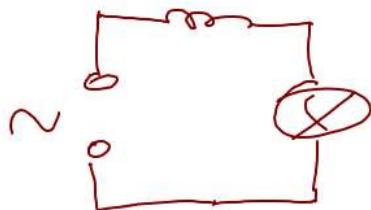
$$\frac{U_0 \cos \omega t}{\text{---}} \rightarrow$$

$$I_0 \cos(\omega t - \varphi_L)$$



$$U_0 \cos \omega t - L \cdot \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U_0}{L} \cos \omega t \quad | \int$$



$$\underline{Z}_L = \frac{U_{DL}}{I_{0L}} = \Omega L$$

$$\boxed{X_L = \Omega L}$$

$$I(t) = \frac{U_0}{\Omega L} \sin \omega t =$$

$$= \underline{\underline{\frac{U_0}{\Omega L}}} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$\varphi_L = +\frac{\pi}{2}$

$I_L(t)$  отстает от  $U_L(t)$  !

## Доска 5

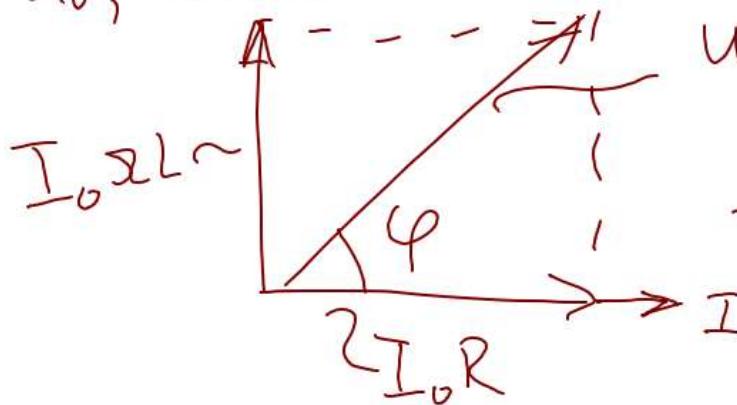
$$U_0 \cdot \text{сc} = U_0 + U_0 \cdot \frac{\sin \varphi}{R}$$
$$U_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega c)^2} = I_0$$
$$\boxed{I_0 = \frac{U_0}{R} \sqrt{1 + R^2 \omega^2 c^2}}$$

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 c^2}}$$

$$U(t) = U_0 \cos \omega t$$
$$I(t) = \frac{U_0}{R} \sqrt{1 + \omega^2 R^2 c^2} \cdot \cos \left( \omega t + \arctg \frac{\omega c}{1/R} \right)$$
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega c}{1/R} = R \omega c$$

## Доска 6

Дано:  $U_0, R, L, \omega$



$$U_0 = I_0 \cdot \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$U_R(t) = I_0 \cdot R \cdot \cos(\omega t - \arctg \frac{\omega L}{R})$$

$$U_L = I_0 \cdot \omega L \cdot \cos(\omega t - \arctg \frac{\omega L}{R} + \frac{\pi}{2})$$

$$Z =$$