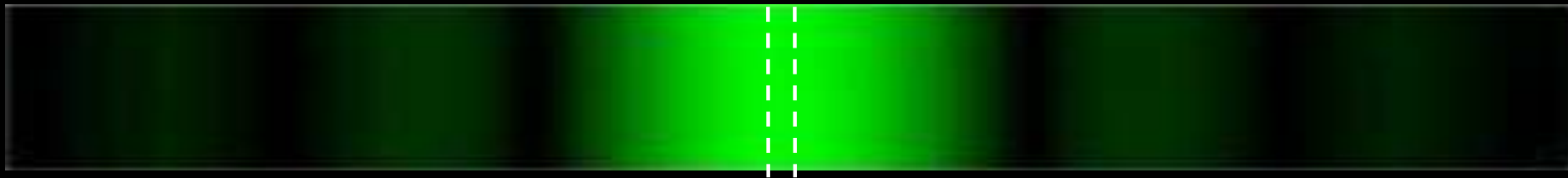


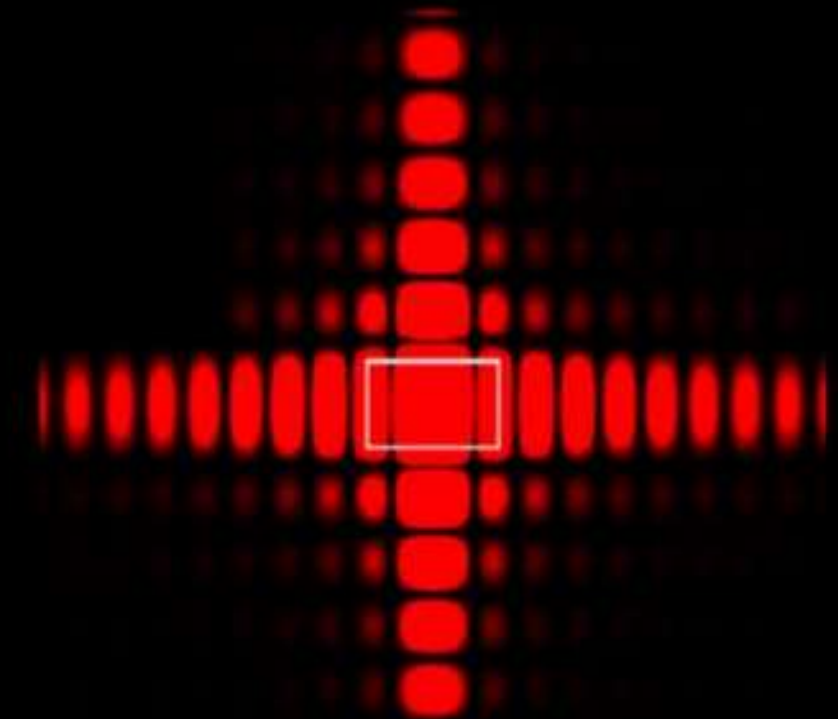
# Лекция 12. Дифракция Фраунгофера



*щель*



*Круглое отверстие*

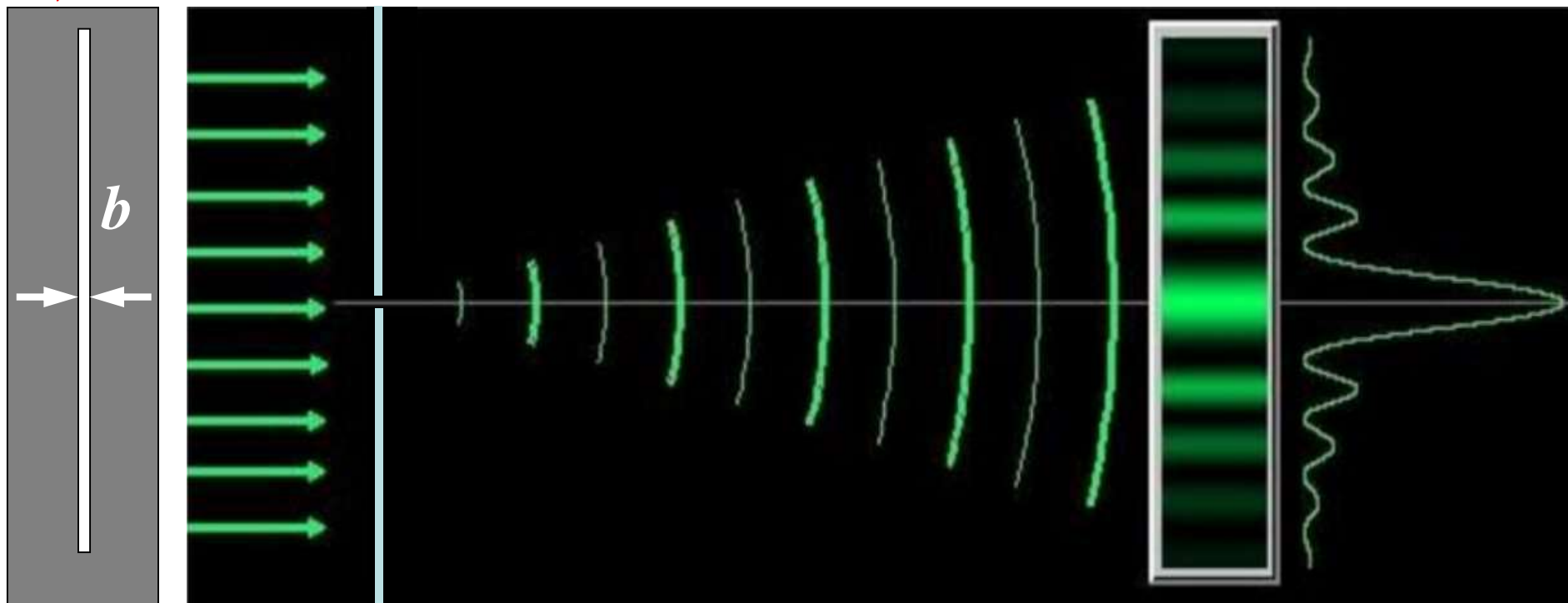


*Прямоугольное отверстие*

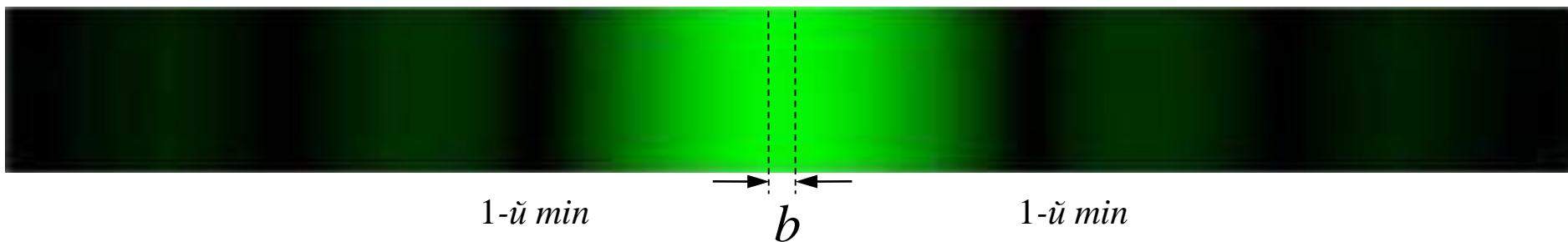
# § 1. Дифракция Фраунгофера на щели

## 3.1. Постановка задачи

Щель



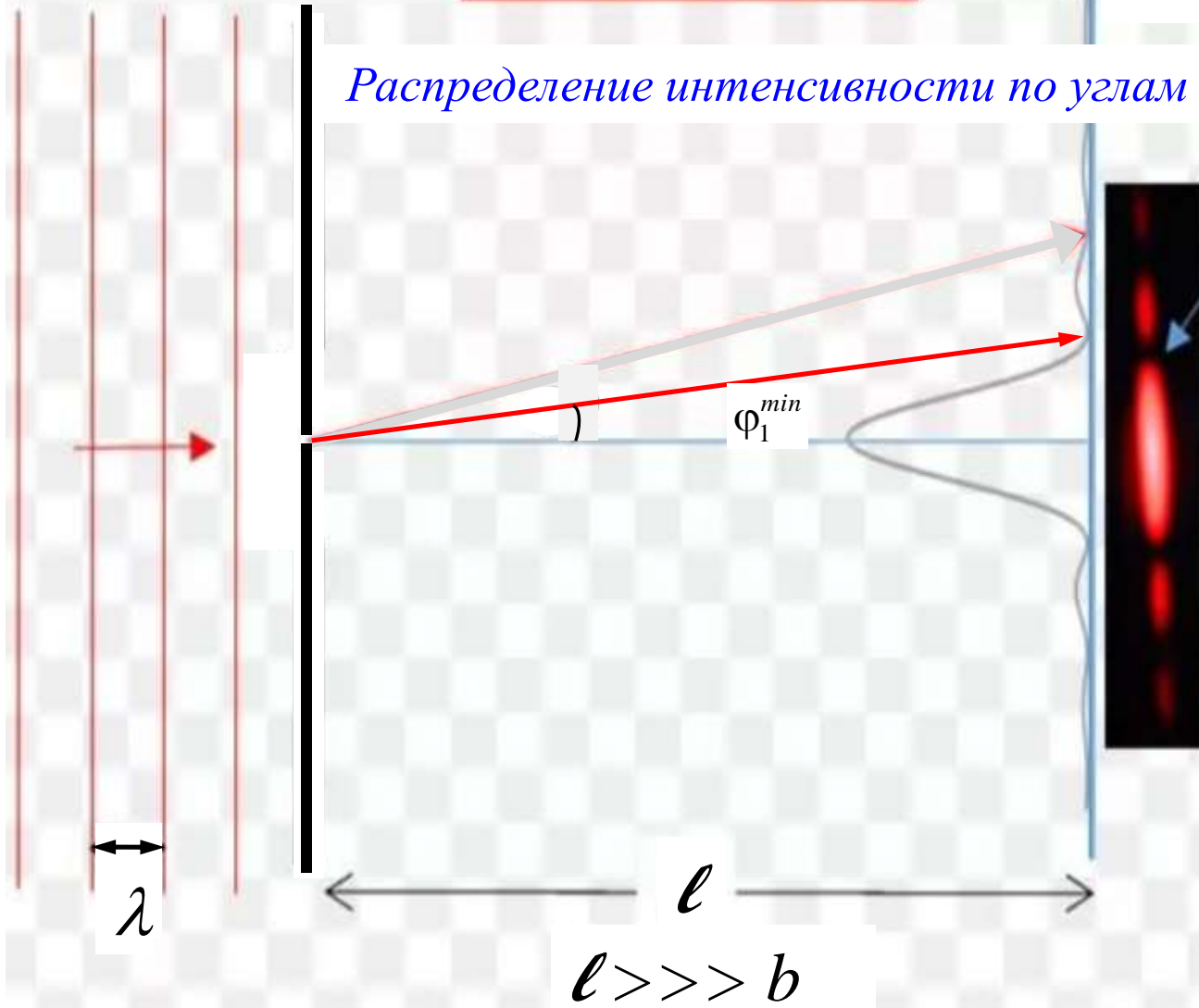
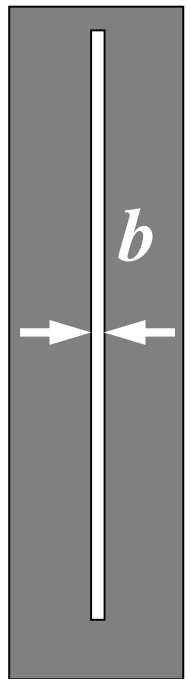
Центральный максимум:  $\approx 95\%$  энергии



incident plane wave

## Fraunhofer Diffraction

*Распределение интенсивности по углам дифракции*



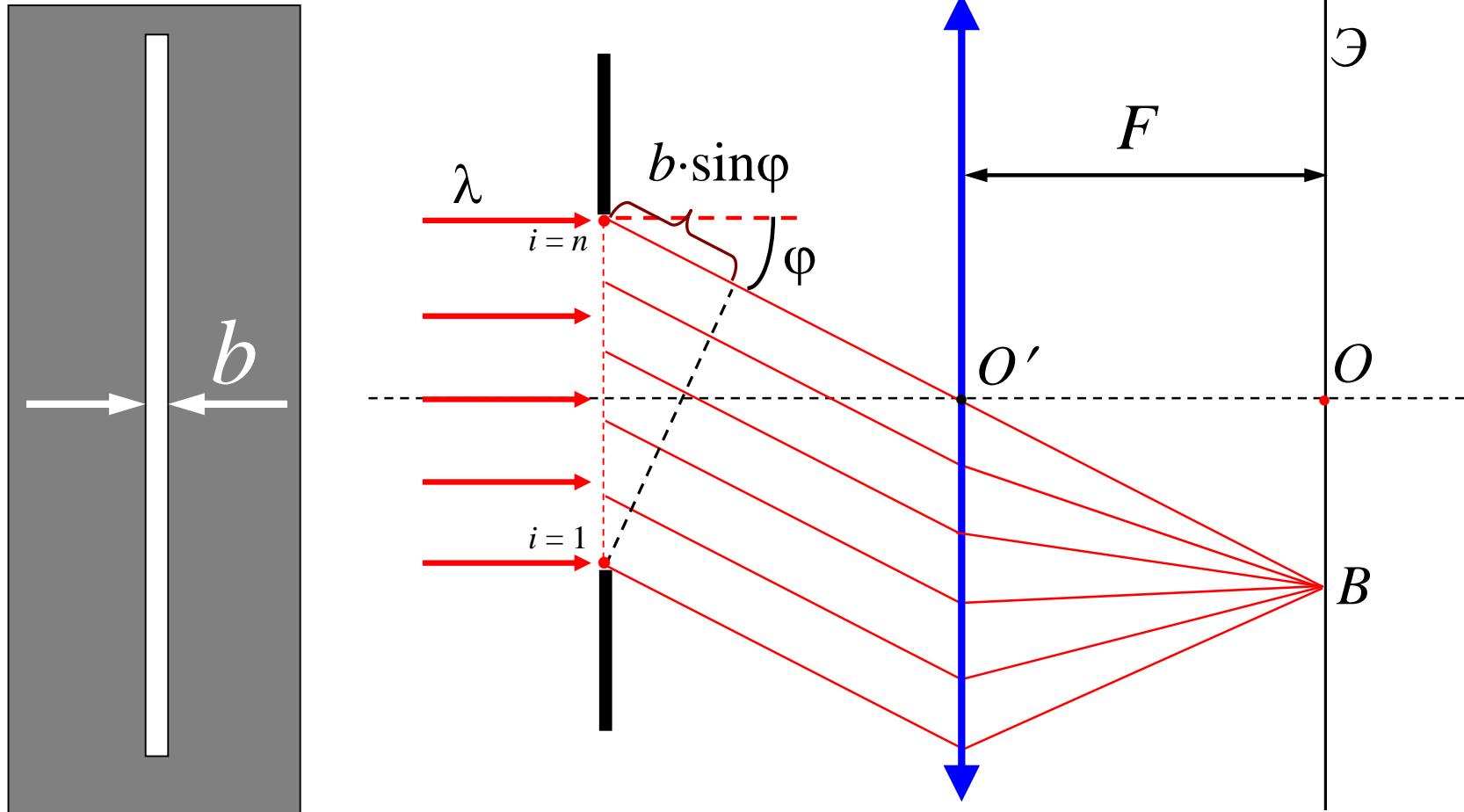
*Наблюдаем либо очень далеко («на бесконечности»),  
либо в фокальной плоскости линзы*



### 3.2. Угловое распределение интенсивности – минимумы и максимумы

*(Распределение интенсивности по углам дифракции)*

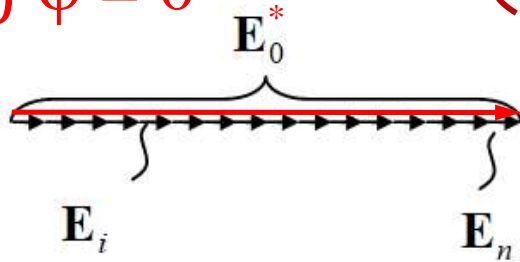
Ширина щели  $b$



**Рис.** Схема наблюдения при дифракции Фраунгофера на щели  
(с использованием линзы)

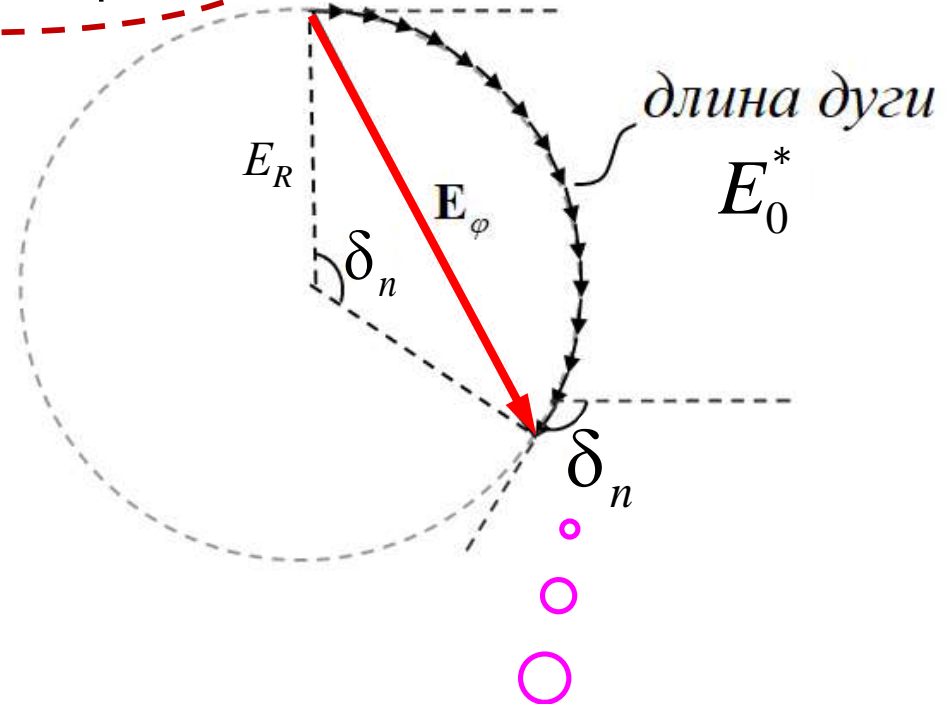
# Векторные диаграммы

а)  $\varphi = 0$

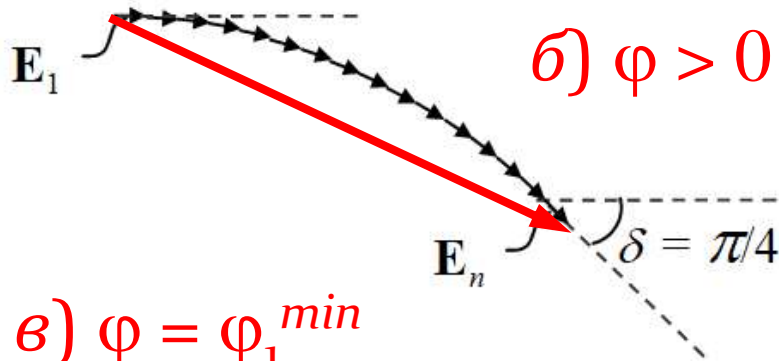


$$\Delta_n = b \sin \varphi !$$

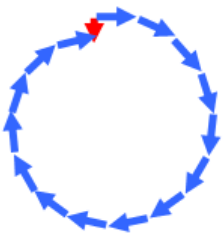
д)  $0 < \varphi < \varphi_1^{min}$



б)  $\varphi > 0$



в)  $\varphi = \varphi_1^{min}$

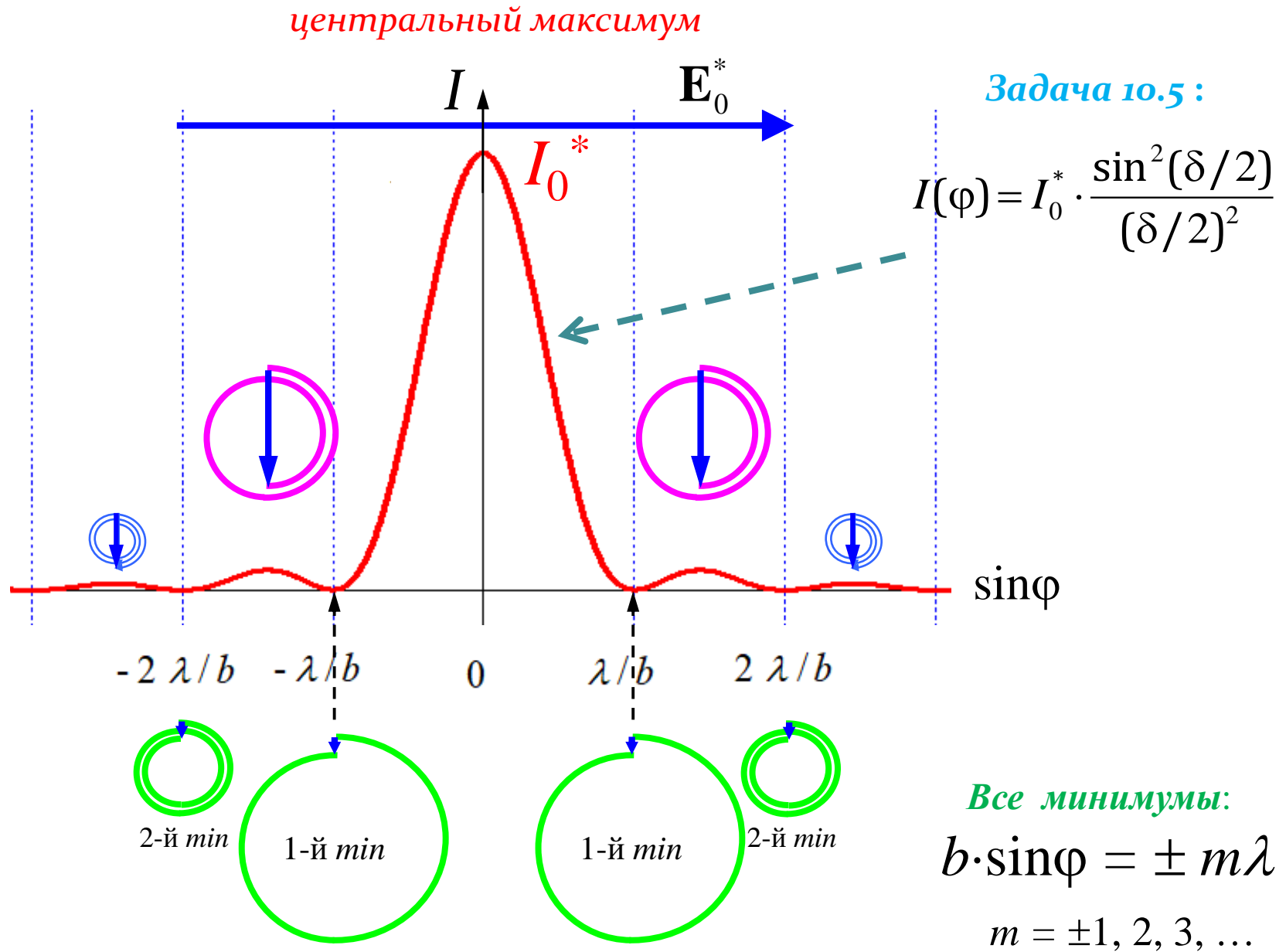


первый минимум

$$b \sin \varphi_1 = \pm \lambda$$

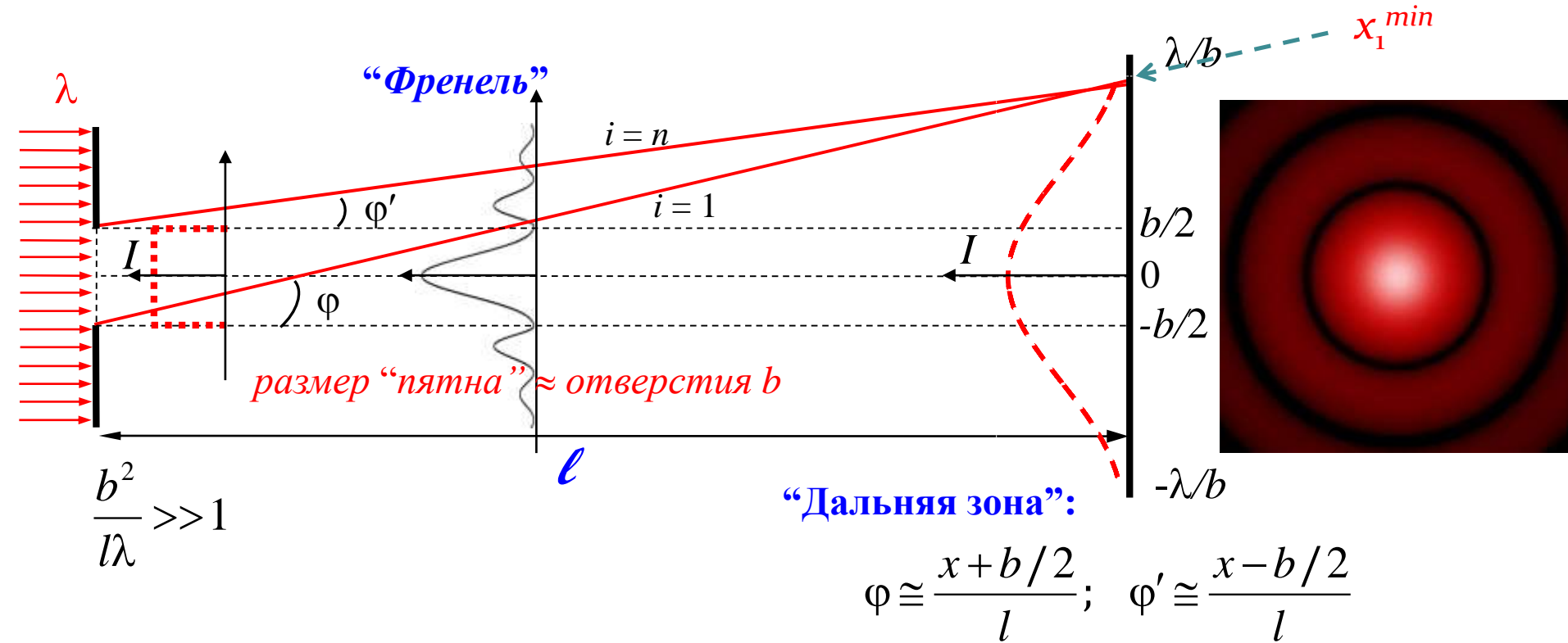
$$\delta_n = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \sin \varphi$$

# Дифракция Фраунгофера на щели



#### **§ 4. Роль дифракции в формировании оптических изображений**

#### 4.1. Классификация дифракционных явлений (“Уточнение о разных случаях дифракции”)



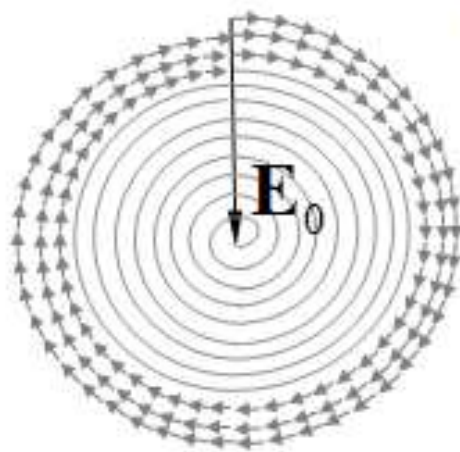
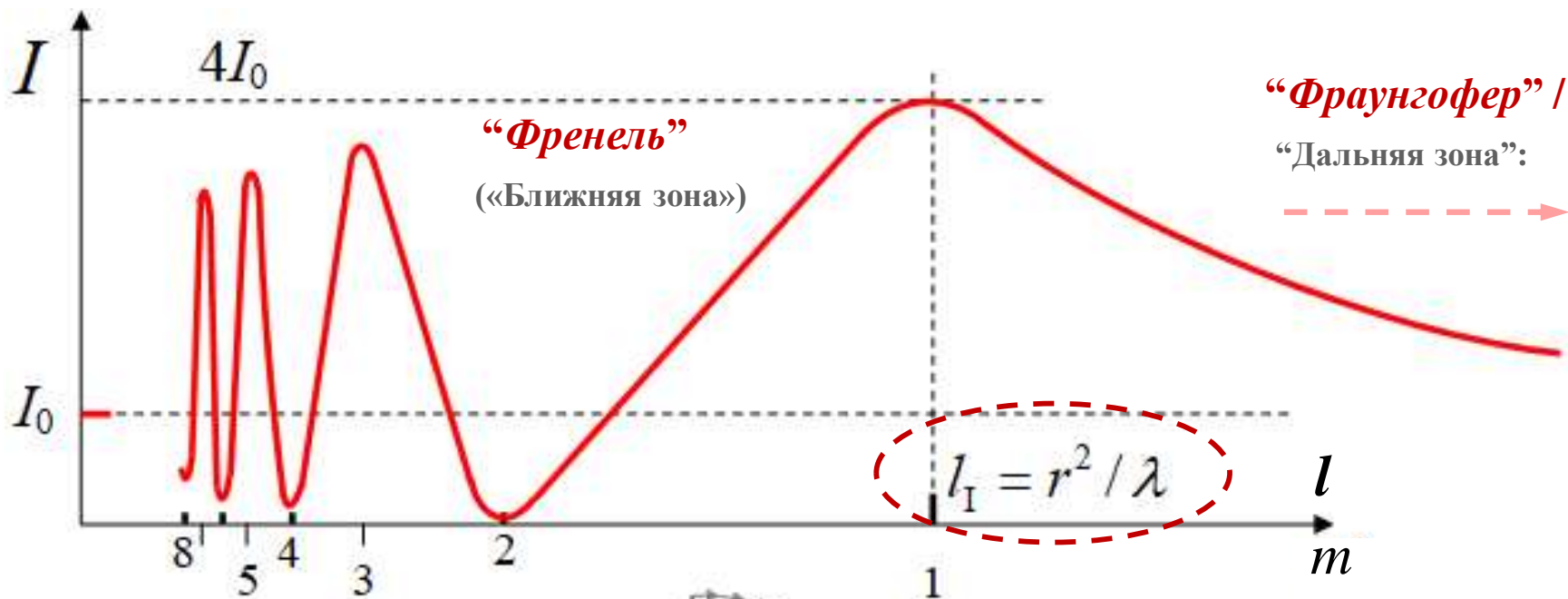
"параллельны":  $\varphi \approx \varphi'$ , *если*  $b \ll x_1^{\min}$  :  $b \ll l \cdot \frac{\lambda}{b}$

$$\frac{b^2}{l\lambda} - \text{???$$

## “Фраунгофер”:

$$\frac{b^2}{l\lambda} \ll 1 \qquad \left( \frac{b^2}{l\lambda} < 1 \right)$$

# Интенсивность в центре дифракционной картины



$$m = \frac{r^2}{l\lambda}$$

– число открытых  
зон Френеля



## 4.2. Роль дифракции в формировании изображения оптическими приборами

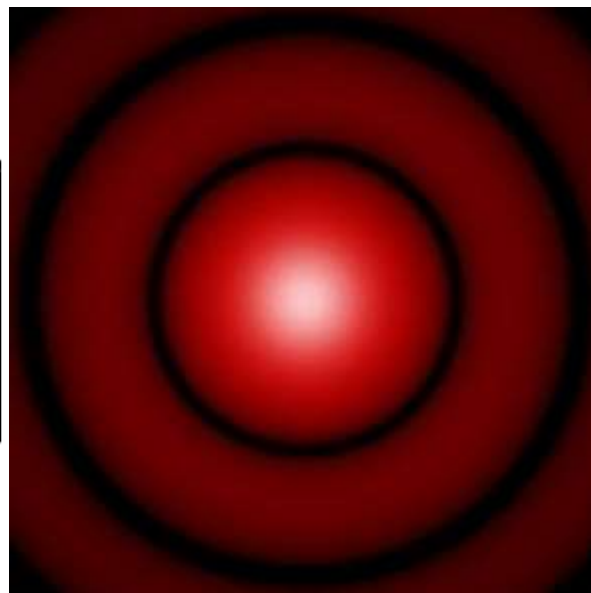
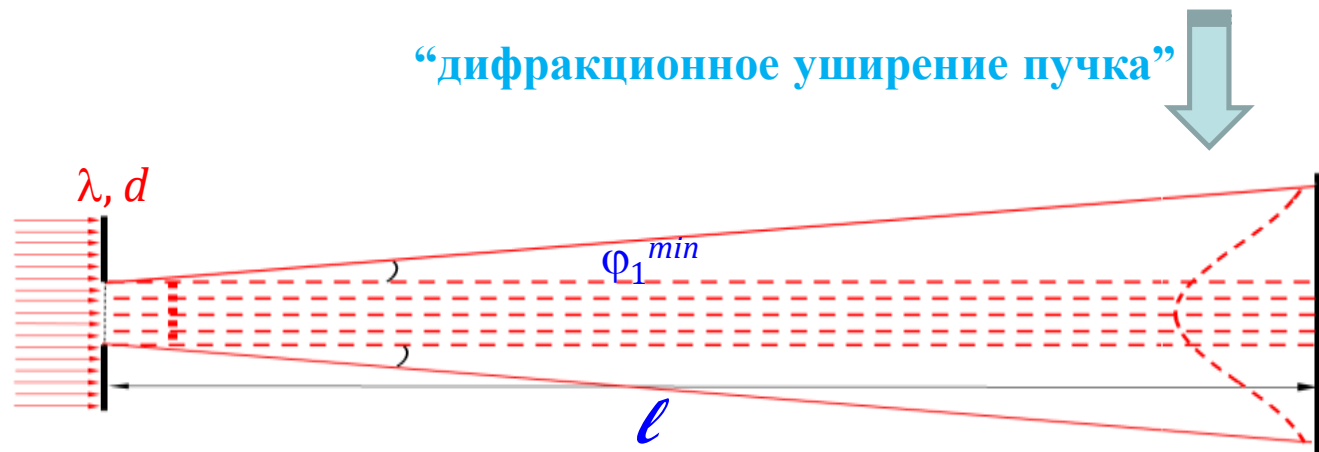
### 4.2.1. Дифракционное расхождение пучка

Размер отверстия  $d \gg \lambda$  – Можно ли пренебречь дифракцией ??

“Лекционный эксперимент”: Моделирование *лазерной локации* поверхности Луны. Лазер с диаметром выходного отверстия  $d \approx 4$  мм и длиной волны излучения  $\lambda \approx 600$  нм. Расстояние  $\ell \approx 30$  м.

$$d = 4 \text{ мм} \gg \lambda = 0,6 \text{ мкм}$$
$$10^{-3} \gg \gg \gg 10^{-7} \text{ четыре порядка!}$$

“дифракционное уширение пучка”



## 4.2. Роль дифракции в формировании изображения оптическими приборами

### 4.2.1. Дифракционное расхождение пучка

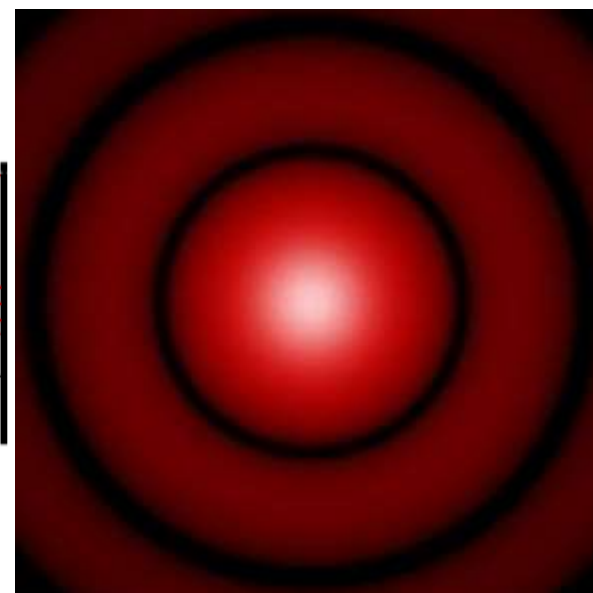
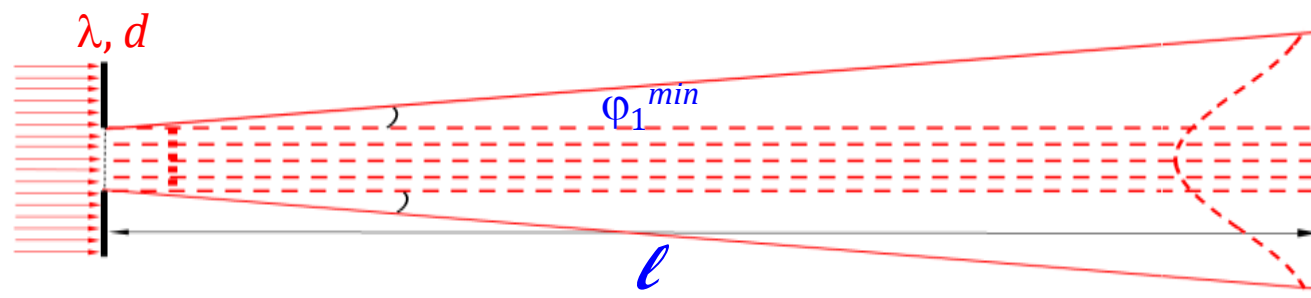
Размер отверстия  $d \gg \lambda$  – Можно ли пренебречь дифракцией ??

**Факультативное Д.3.:** Оцените диаметр «пятна» на поверхности Луны при её *лазерной локации*. Для локации используется рубиновый лазер с диаметром выходного отверстия  $d = 5$  см и длиной волны излучения  $\lambda = 694,3$  нм. (для оценки примите значение  $\lambda \approx 700$  нм, а расстояние до Луны  $\ell \approx 400\,000$  км).

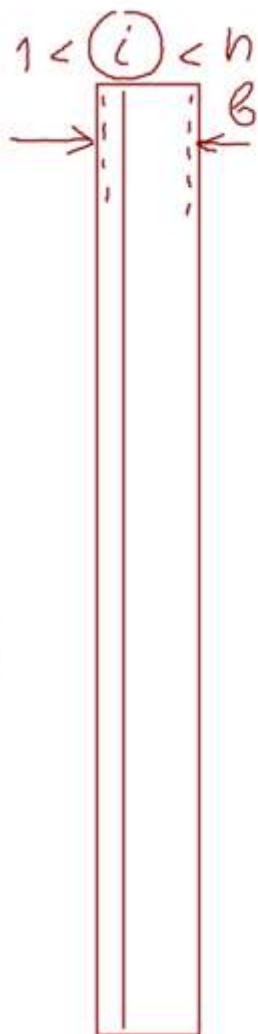
$$\frac{d^2}{l\lambda} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2}{4 \cdot 10^8 \cdot 7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2} \approx 10^{-5}$$

$5 \text{ см} \gg 0,7 \text{ мкм}$   
 $10^{-2} \gg \gg \gg 10^{-7}$  **пять порядков!**

“Фраунгофер” !



# Доска



a),  $\varphi = 0$ , т. "0"



$$E_0^* \quad I_0^* \sim (E_0^*)^2$$

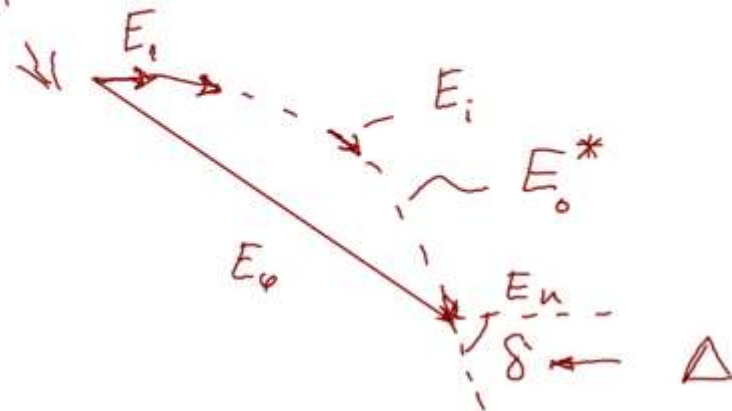
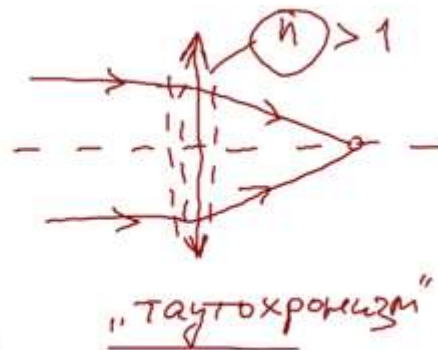
ампл.

$\vec{E}$  в центре г. карману

b).  $0 < \varphi < \varphi_1^{(min)}$

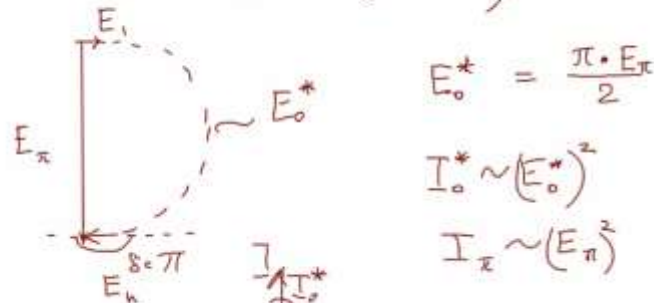
$$\Delta = b \cdot \sin \varphi$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot b \sin \varphi$$



Пример:  $\delta = \pi \rightarrow \varphi$

$$\alpha) \xrightarrow{E_0^*}$$



$$\left. \begin{aligned} E_0^* &= \frac{\pi \cdot E_\pi}{2} \\ I_0^* &\sim (E_0^*)^2 \\ I_\pi &\sim (E_\pi)^2 \end{aligned} \right\}$$

$$I_0^* = \frac{\pi^2 \cdot I_\pi}{4}$$

$$I_\pi = \frac{4}{\pi^2} \cdot I_0^* \quad (\approx 0.4 I_0^*)$$

40%

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta$$

(o.p.x.)  $\Delta = b \cdot \sin \varphi$

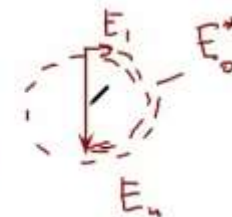
$$\delta = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \sin \varphi = \pi \Rightarrow \sin \varphi$$

2)  $\begin{aligned} 1 - \bar{u} \text{ min} \\ \delta = 2\pi \\ \Delta = \lambda \end{aligned}$

$$b \sin \varphi_{\text{min}} = \pm \lambda;$$

$$\boxed{\sin \varphi_1 = \pm \lambda / b}$$

3)  $\begin{aligned} \delta = 3\pi \\ (b \sin \varphi = \frac{3}{2} \lambda) \end{aligned}$



$$E_0^* = \frac{3}{2} \pi E_1$$

$$I_0^* = \frac{9\pi^2}{4} I_1;$$

$$\frac{I_0^*}{I_1} = \frac{9\pi^2}{4} \approx 22$$

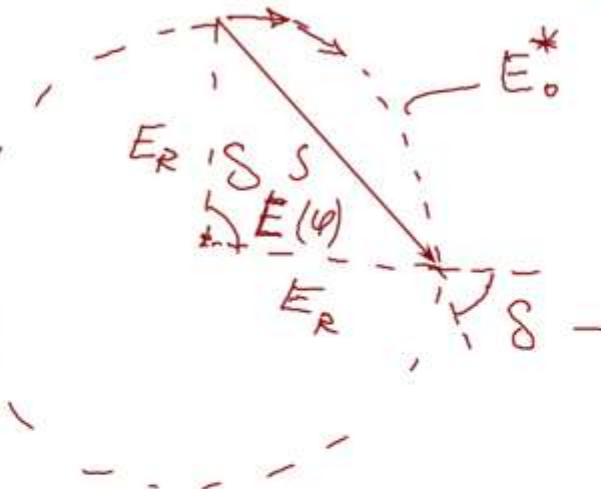
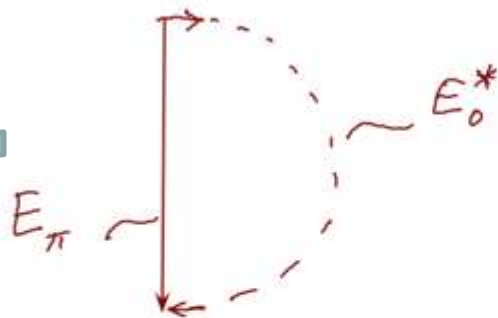
$$\text{min: } b \sin \varphi = \pm m \cdot \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{max: } \varphi = 0; \quad b \sin \varphi = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Пример

Доска

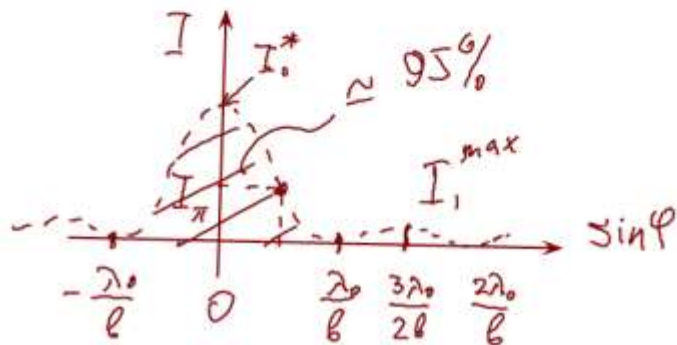
б)  $\delta = \pi \Leftarrow \varphi_\pi$



$$I(\varphi) = 4 \frac{I_0^*}{\delta^2} \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

$$I(\varphi) = I_0^* \cdot \frac{\sin^2 \frac{\delta}{2}}{(\delta/2)^2} = I_0^* \left( \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\delta/2} \right)^2$$

$$I(\varphi) = I_0^* \cdot \left( \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\frac{\delta}{2}} \right)^2$$



$$E^2(\varphi) = 2E_R^2 - 2E_R^2 \cos \delta = 2E_R^2 (1 - \cos \delta)$$

$$E_0^* = E_R \cdot \delta \Rightarrow E_R = \frac{E_0^*}{\delta}$$

$$E^2(\varphi) = 4E_R^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

$\sim I(\varphi)$

$$E_0^* = \frac{\pi \cdot E_\pi}{2}$$

$$I_0^* \sim (E_0^*)^2$$

$$I_\pi \sim (E_\pi)^2$$

$$I_0^* = \frac{\pi^2 \cdot I_\pi}{4}$$

$$I_\pi = \frac{4}{\pi^2} \cdot I_0^* \quad (\approx 0.4 I_0^*)$$

40%