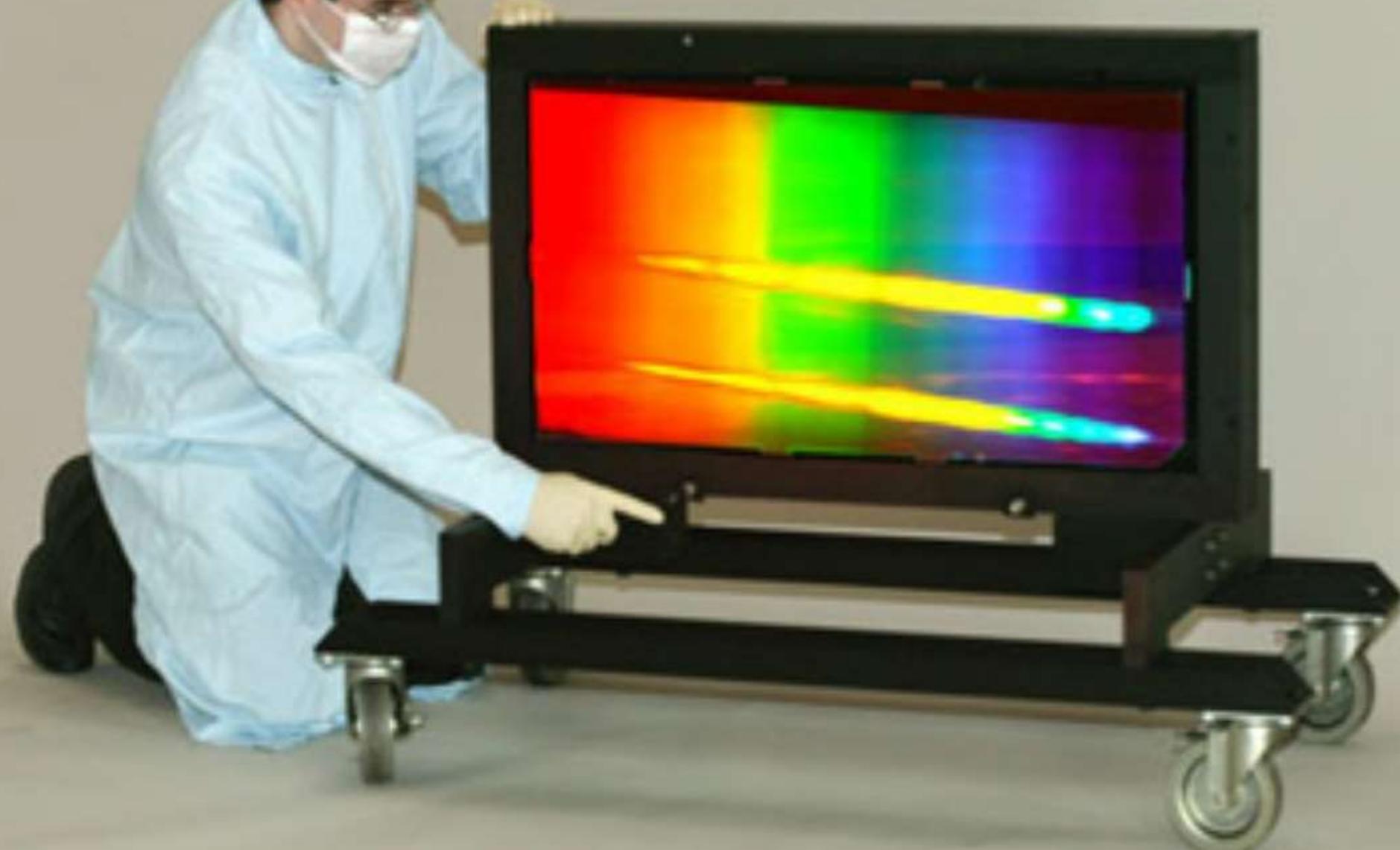


Лекция 13. Дифракционная решётка



4.2.2. Предельное пространственное разрешение при наблюдении удалённых объектов оптическими приборами

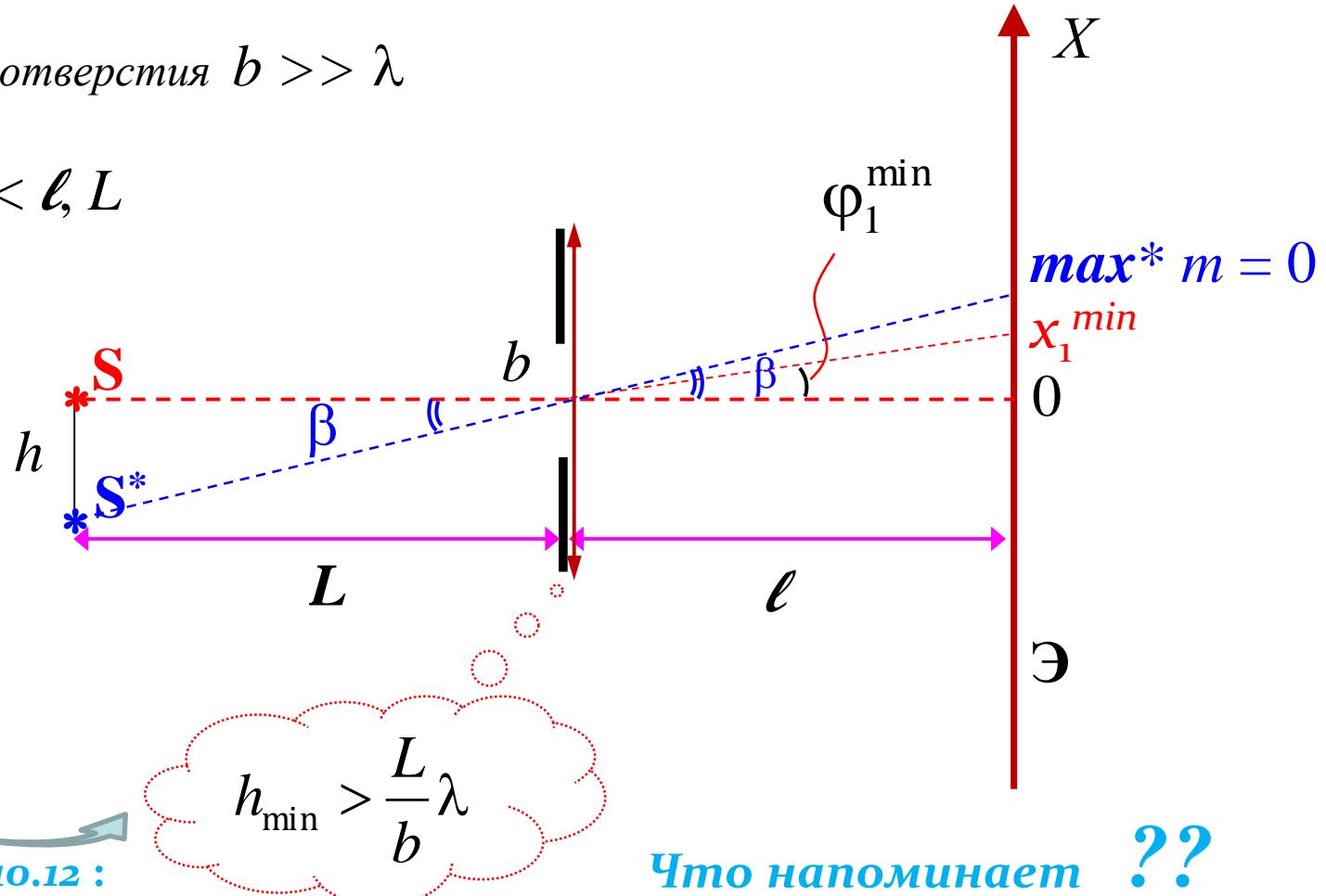
Размер отверстия $b \gg \lambda$

$b, h \ll \ell, L$

Объекты «разрешены», если:

$$\beta > \Phi_1^{\min}$$

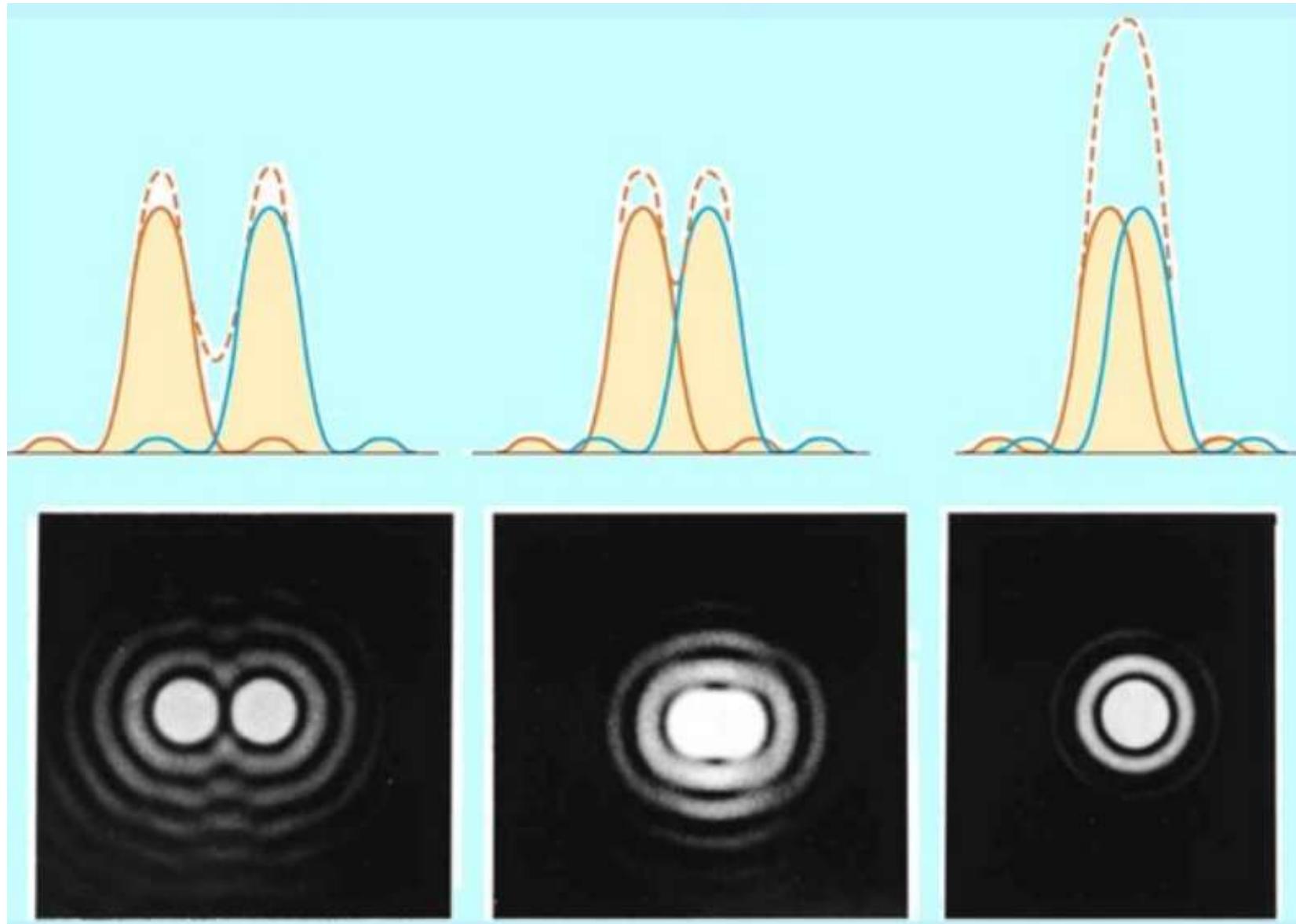
Задача 10.12 :



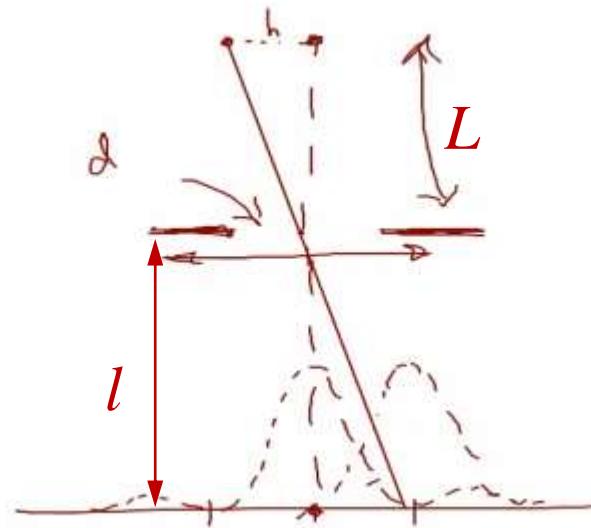
*) Круглое отверстие: $d \cdot \sin \Phi_1^{\min} = \pm 1,22 \cdot \lambda$ (поправка 22% на h^{\min})

**) Объекты на Луне. Глаз: $h_{\min} \approx 50 \text{ км}$; Телескоп Хаббл ($d = 2,5 \text{ м}$): $h_{\min} \approx 100 \text{ м}$.

Предел разрешения оптических приборов. Критерий Рэлея



Задача 10.12. Может ли охотник различить невооруженным глазом двух волков, находящихся от него на расстоянии $L = 5 \text{ км}$? Или он примет их за одного медведя? Расстояние между волками $h = 1 \text{ м}$. Диаметр зрачка глаза $d = 4 \text{ мм}$.



???

Учёт
дифракции

10.12

$$L = 5 \text{ км}$$

$$d = 4 \text{ мм}$$

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$d/\lambda \sim 10^4 \gg 1$! **HO:**

$$h_{\min} = \frac{L}{d} \cdot \lambda = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ м}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ м}} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м} \approx 6 \cdot 10^{-1} \text{ м} = 60 \text{ см}$$

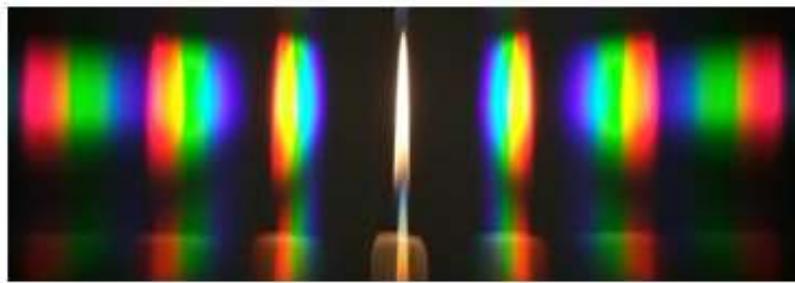
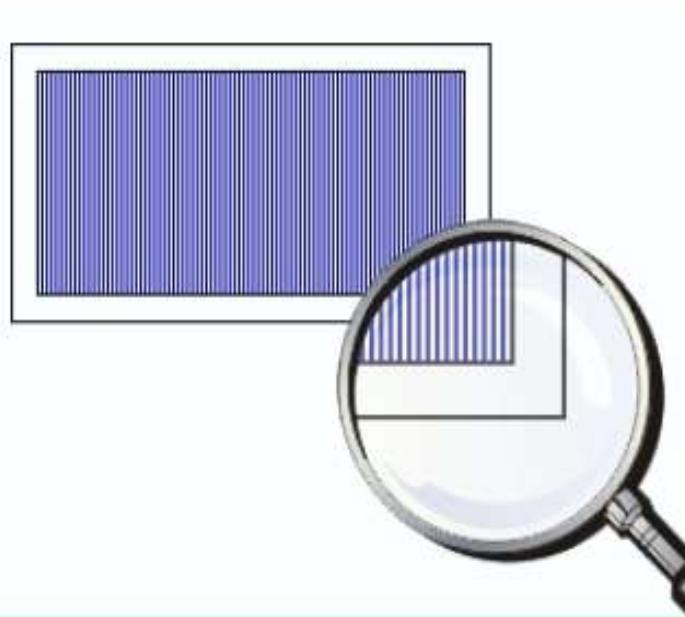
$$\beta > \varphi_{\min}$$

$$\frac{h}{L} > \frac{\lambda}{d}$$

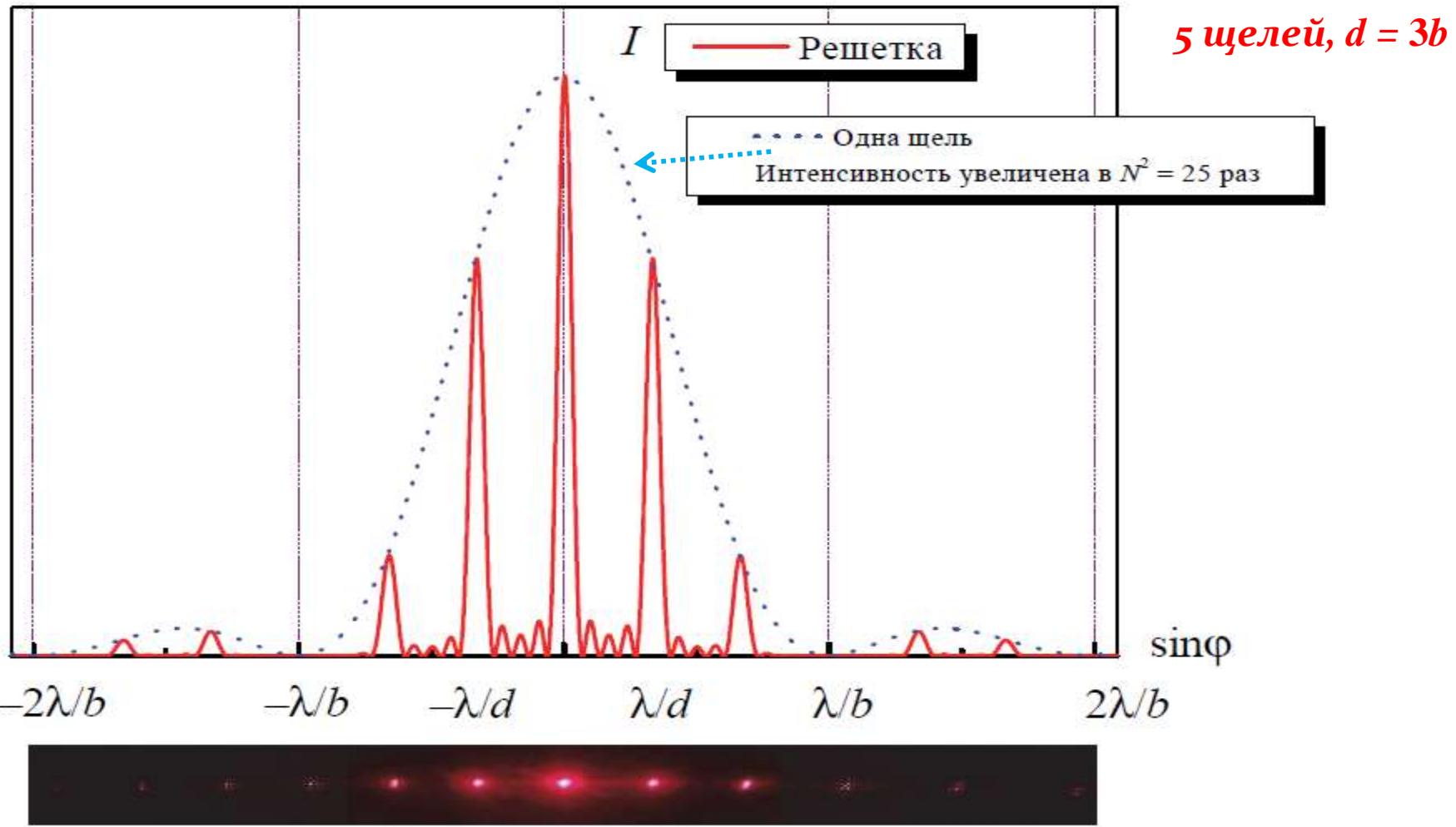
$$d \rightarrow d$$

$$ds \sin \varphi = \pm 1,22 \cdot \lambda \quad \text{---} \rightarrow \quad h^*_{\min} = 1,22 \cdot 60 \text{ см} \approx 76 \text{ см}$$

§ 5. Дифракционная решётка



Распределение интенсивности при дифракции на решётке



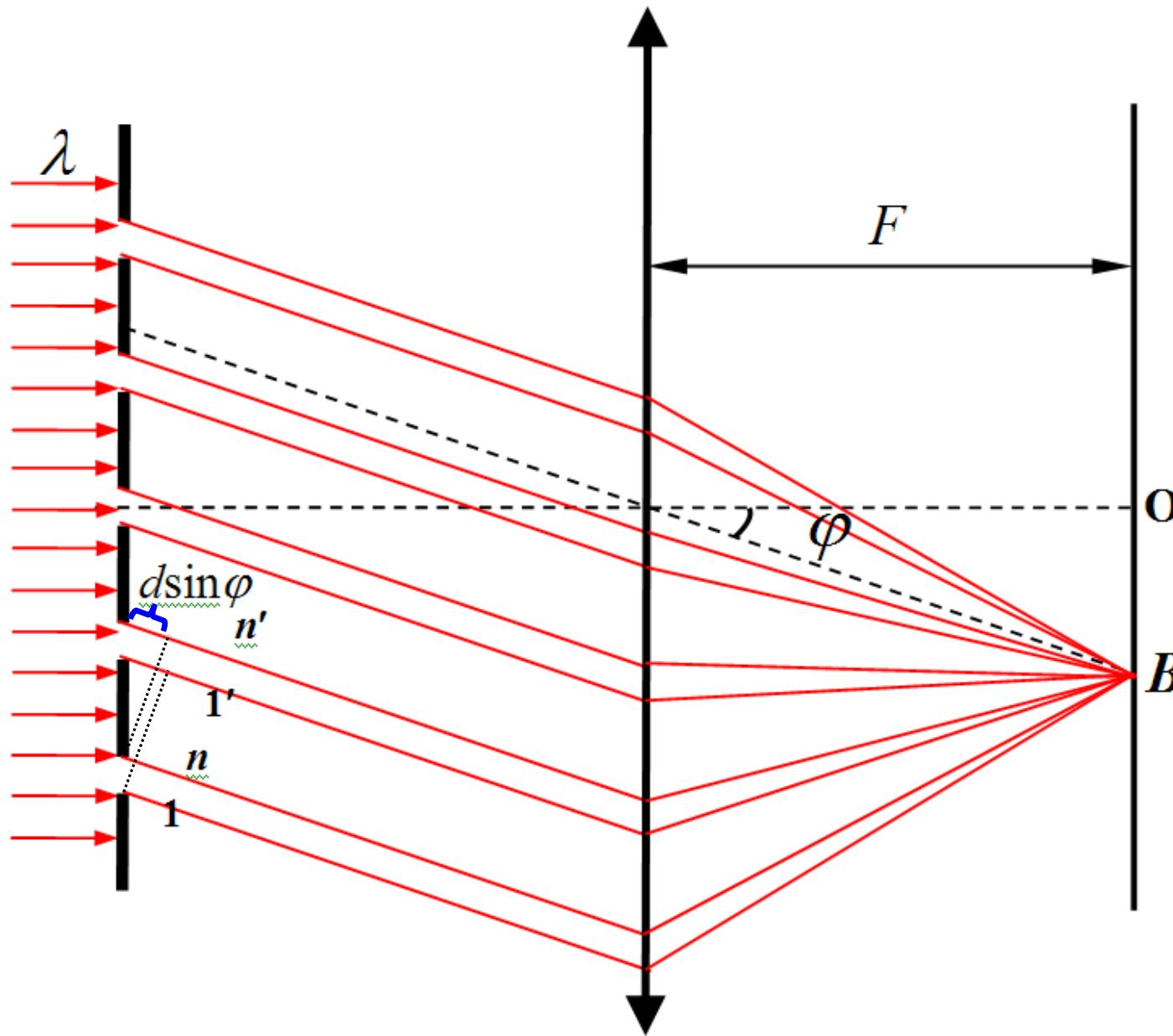
5 щелей, $d = 3b$

Главные минимумы: $b \cdot \sin\varphi = \pm m' \cdot \lambda$, $m' = 1, 2, 3, \dots$ для каждой щели: \min

Главные максимумы: $d \cdot \sin\varphi = \pm m\lambda$, $m = 0, 1, 2, \dots, [d/\lambda]$



5.1. Условия главных максимумов и главных минимумов



5.2. Дополнительные минимумы и дополнительные максимумы

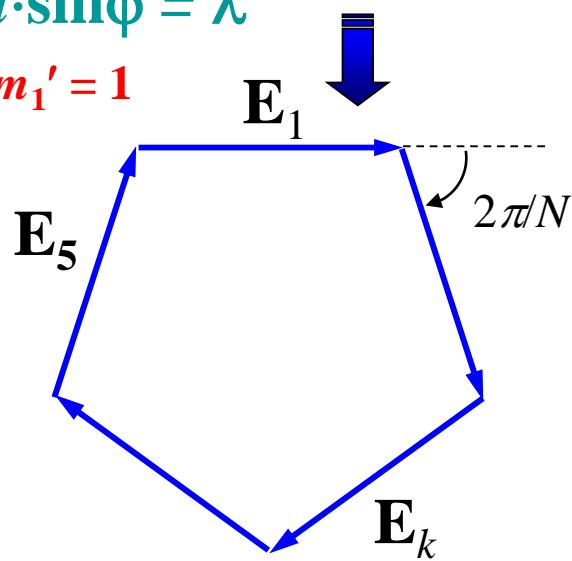
$$Nd \cdot \sin \varphi = \pm m_1' \cdot \lambda, \quad m_1' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

К объяснению возникновения дополнительных минимумов

Пример: число щелей $N = 5$

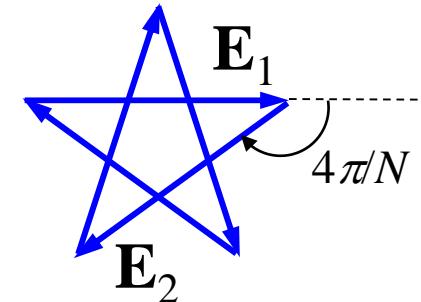
$$5d \cdot \sin \varphi = \lambda$$

$$m_1' = 1$$



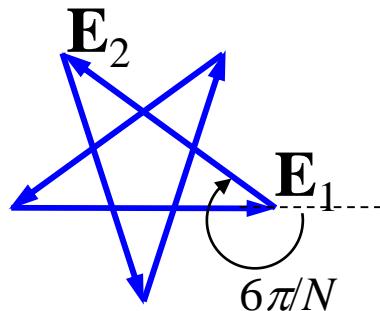
$$5d \cdot \sin \varphi = 2\lambda$$

$$m_1' = 2$$



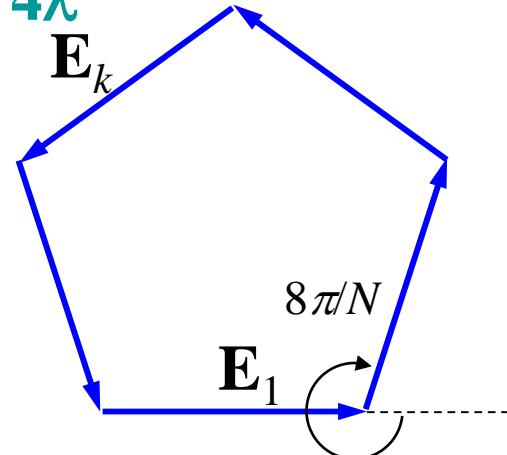
$$5d \cdot \sin \varphi = 3\lambda$$

$$m_1' = 3$$

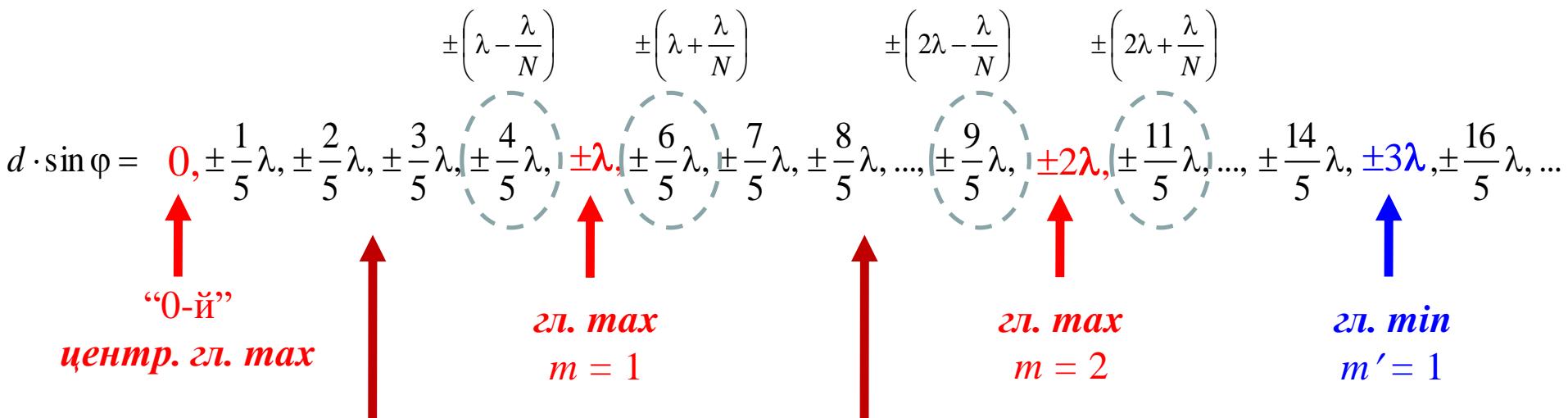


$$5d \cdot \sin \varphi = 4\lambda$$

$$m_1' = 4$$



Пример: число щелей $N = 5$

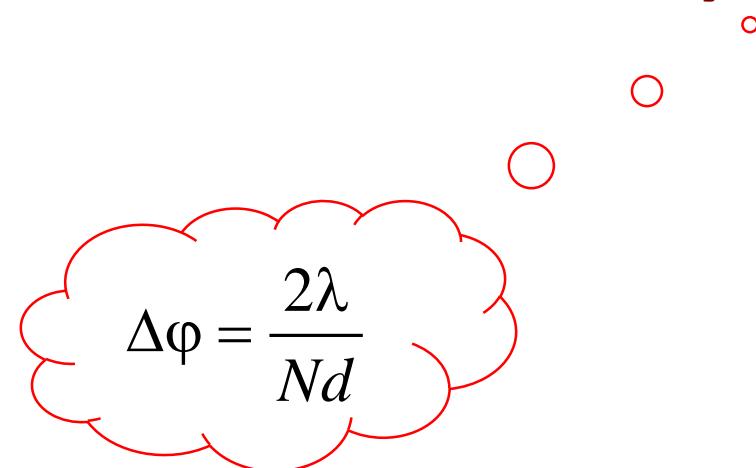


Расположение дополнительных $(N - 1)$ минимумов между главными максимумами

Дополнительные минимумы “обрамляют” главные максимумы

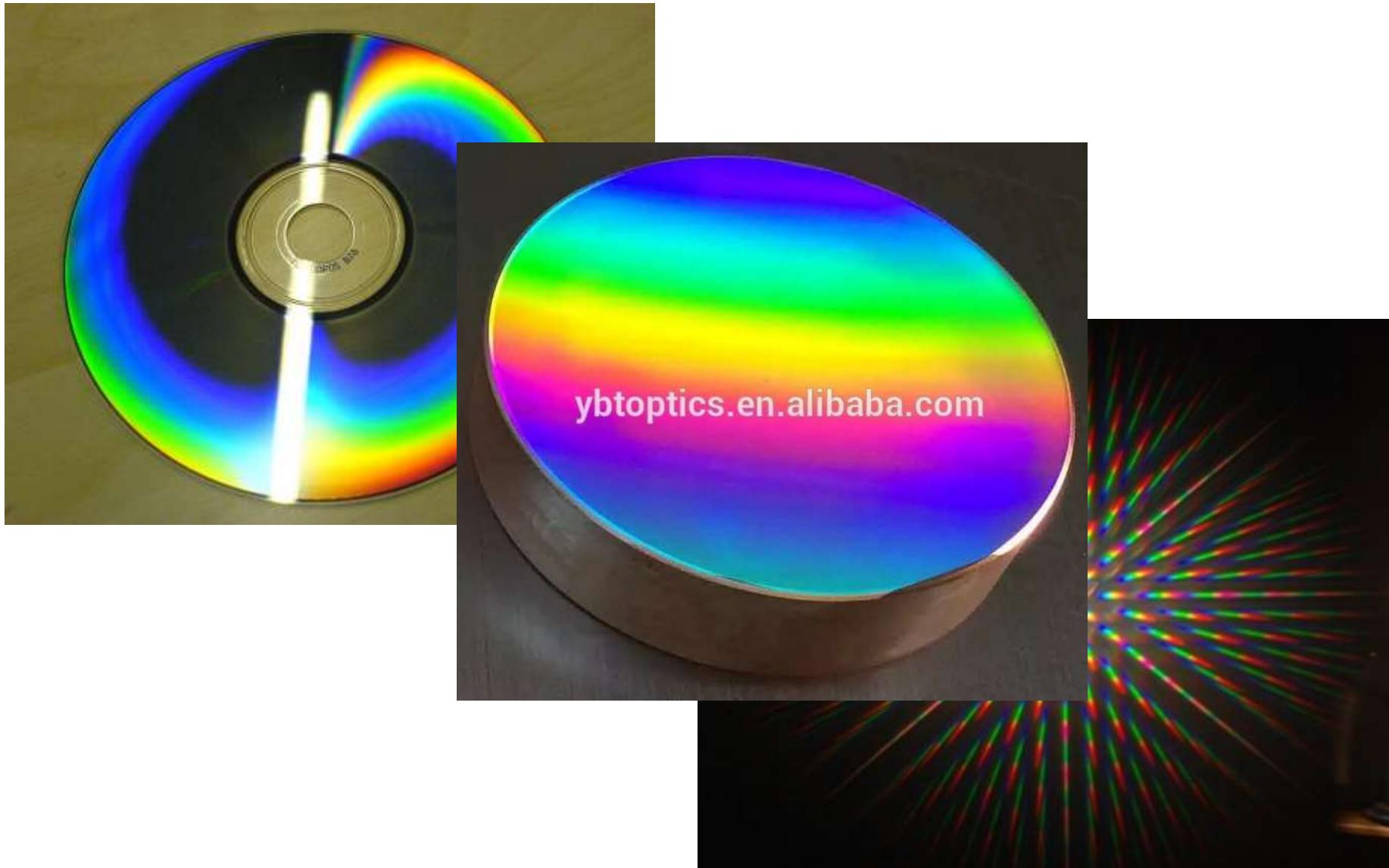


Угловая ширина главных
максимумов:
(вблизи центра)

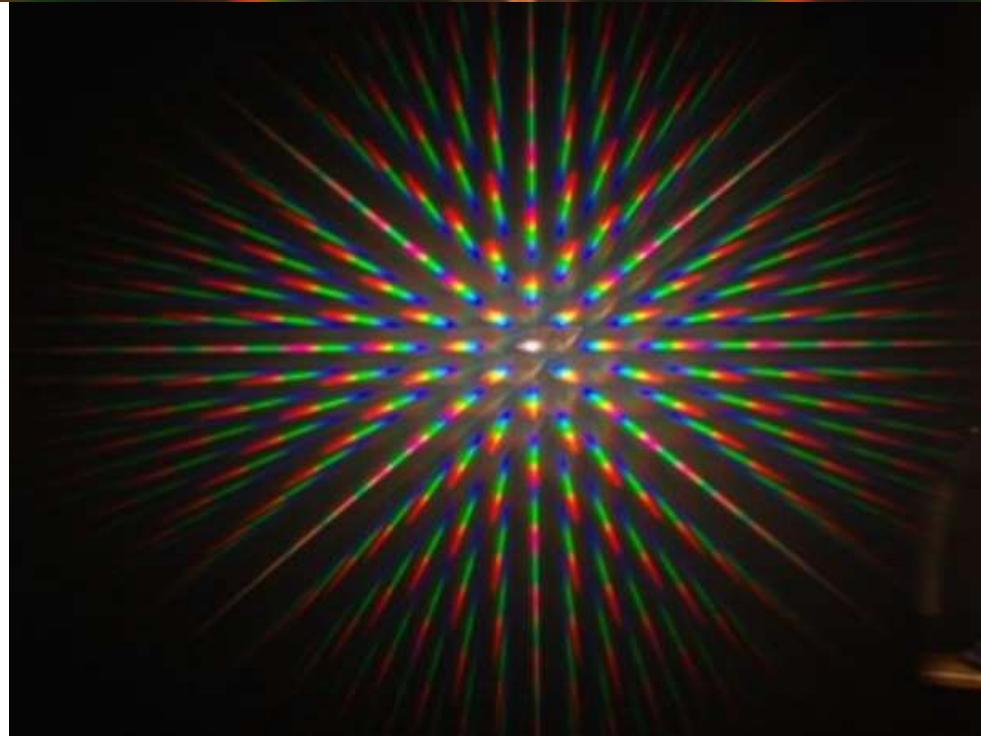

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd}$$

(«Попутно» решили задачи 11.16; 11.17; ≈11.5)

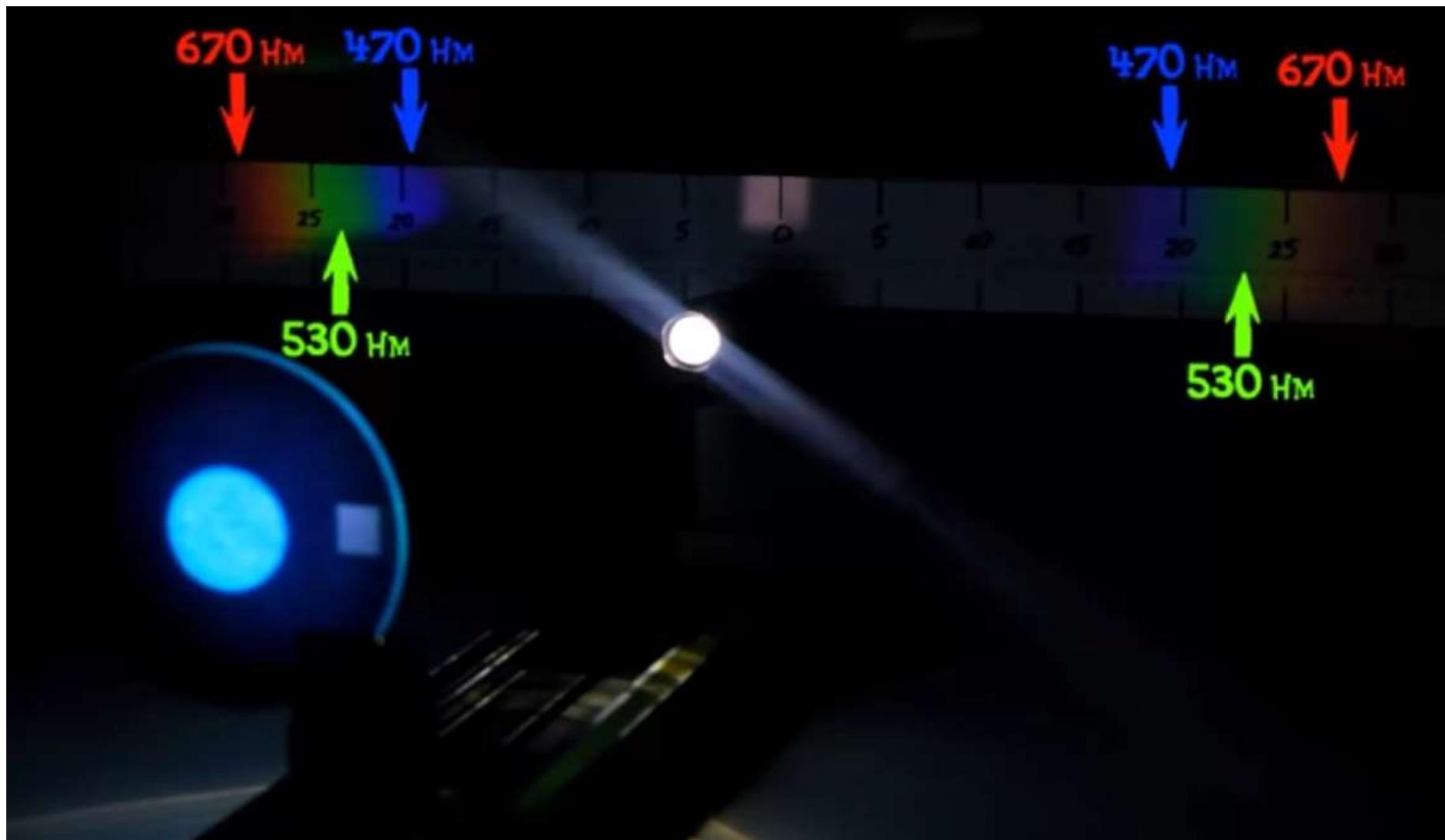
§6. Характеристики дифракционной решётки как спектрального аппарата



Дифракция белого света

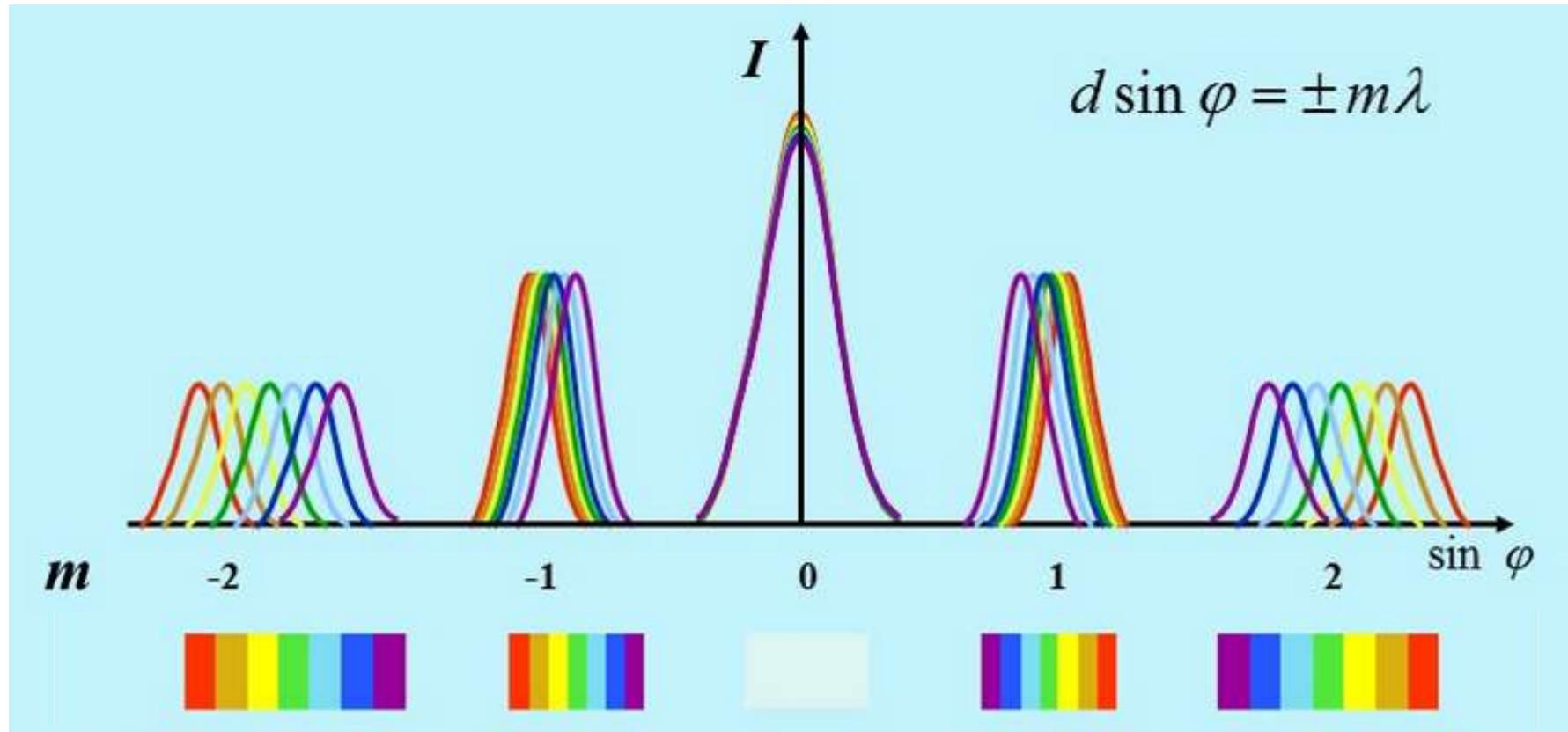


Дифракция белого света



6.1. Угловая и линейная дисперсия

Дифракционная решётка – спектральный аппарат



➡ **(*Onр.*)**

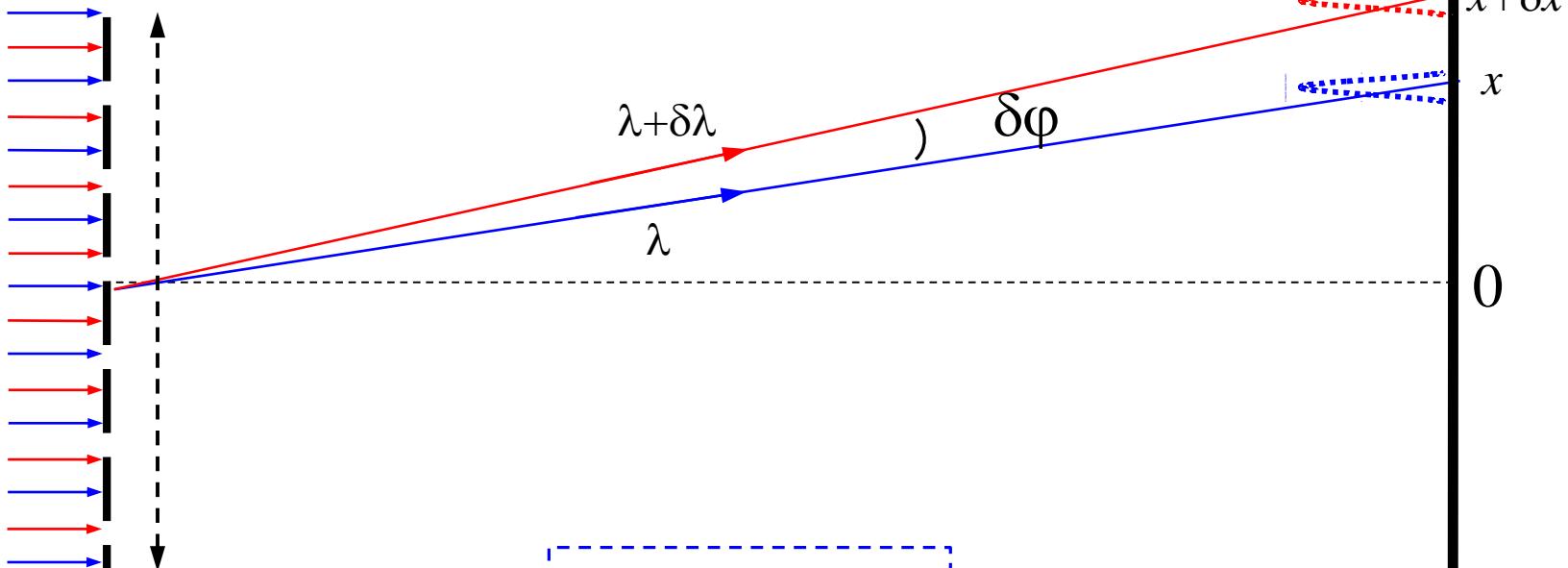
Угловая дисперсия:

(рад/нм или град/нм !)

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$$

$$D_\varphi^{cp} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}$$

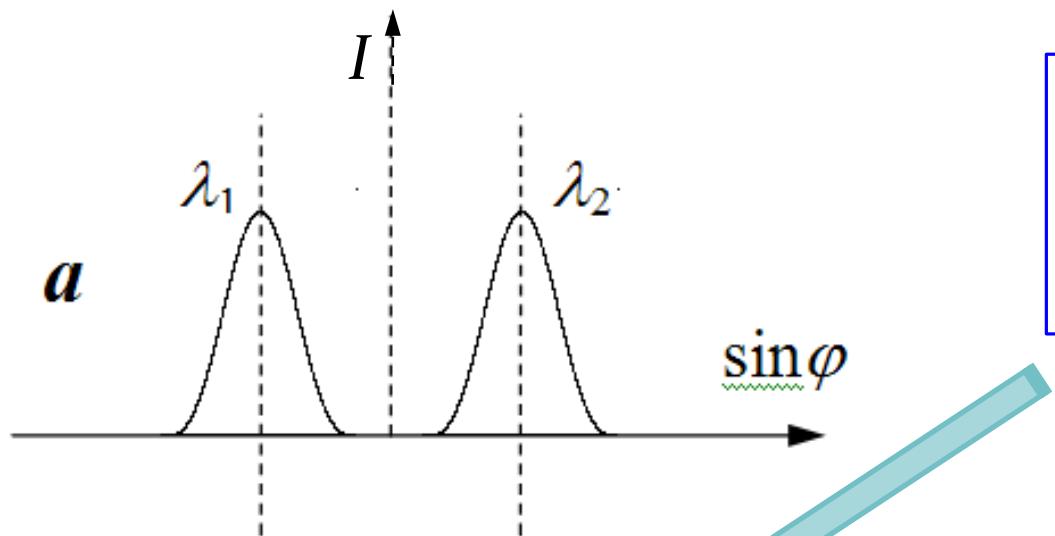
$D = D(\lambda)$ – нелинейная ф-я!



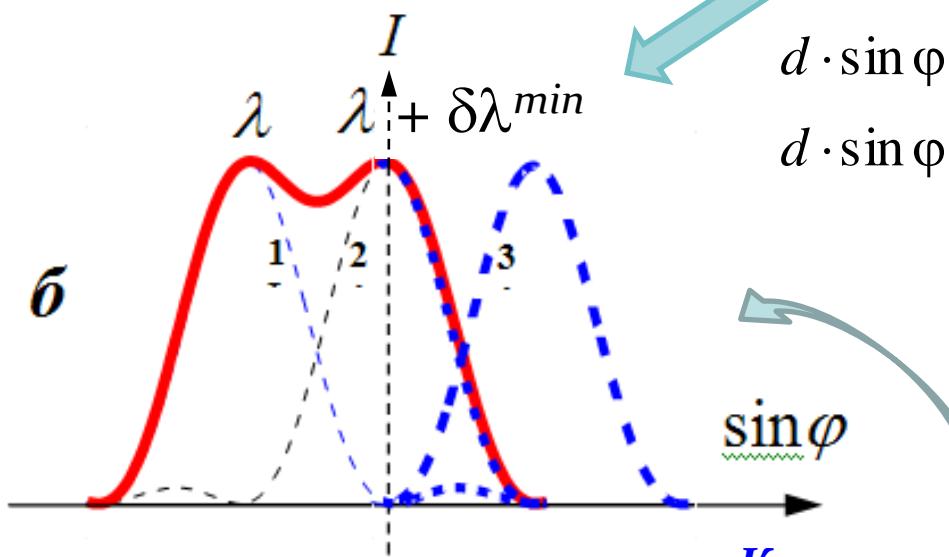
$$D_x = \frac{\delta x}{\delta\lambda}$$

(мм/нм!)

6.2. Разрешающая способность



$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda^{\min}}$$



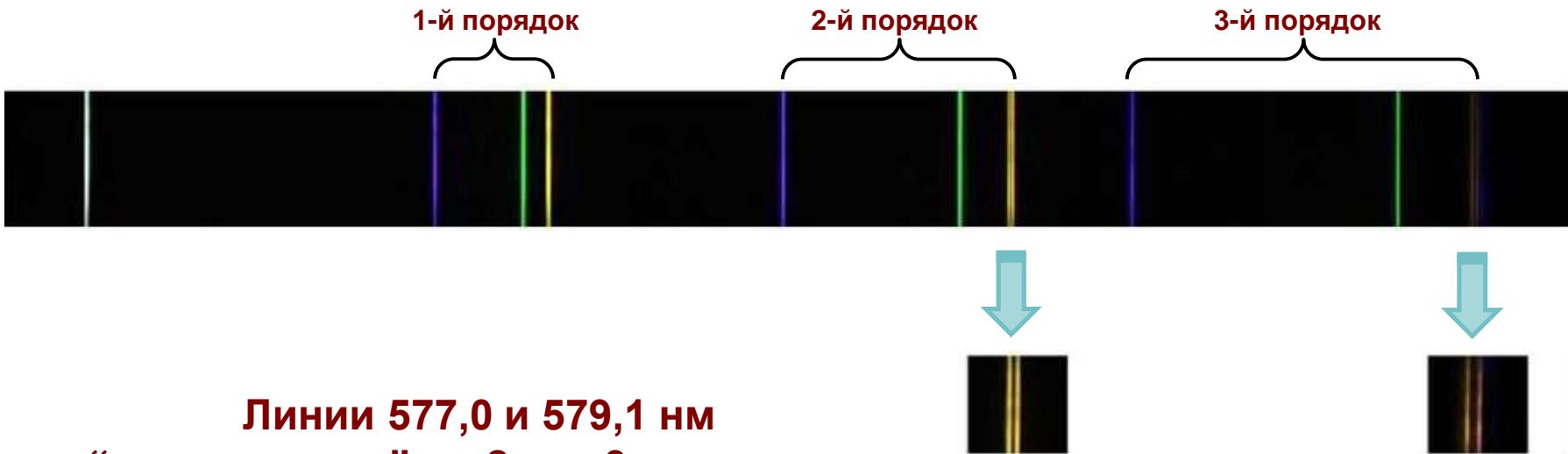
Решётка:

$$\left. \begin{array}{l} d \cdot \sin \varphi = m\lambda + \lambda / N \\ d \cdot \sin \varphi = m(\lambda + \delta\lambda^{\min}) \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda^{\min} = \frac{\lambda}{mN}$$

R = mN

Критерий Рэлея

Спектр ртутной лампы



Линии 577,0 и 579,1 нм
“разрешаются” во 2-м и 3-м порядке
спектра

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda^{min}}$$

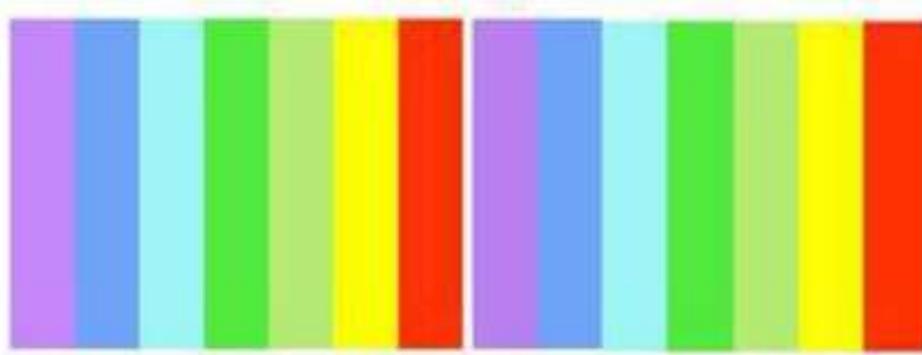
$$R = mN$$

6.3. Свободная спектральная область

$$m(\lambda + \Delta\lambda) < (m+1)\lambda$$

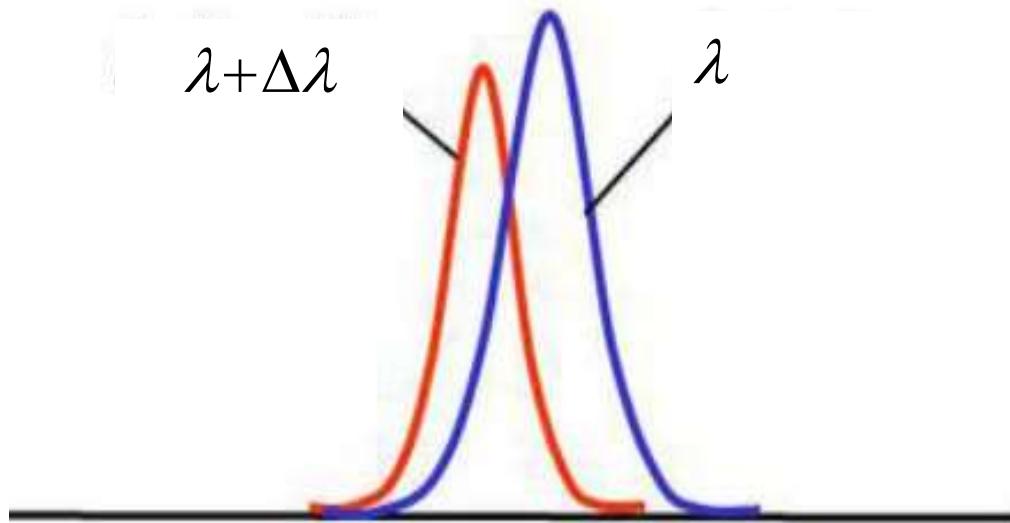
$\Rightarrow \circ \quad \circ \quad \circ$

$$\Delta\lambda_{\text{св}} < \frac{\lambda}{m}$$



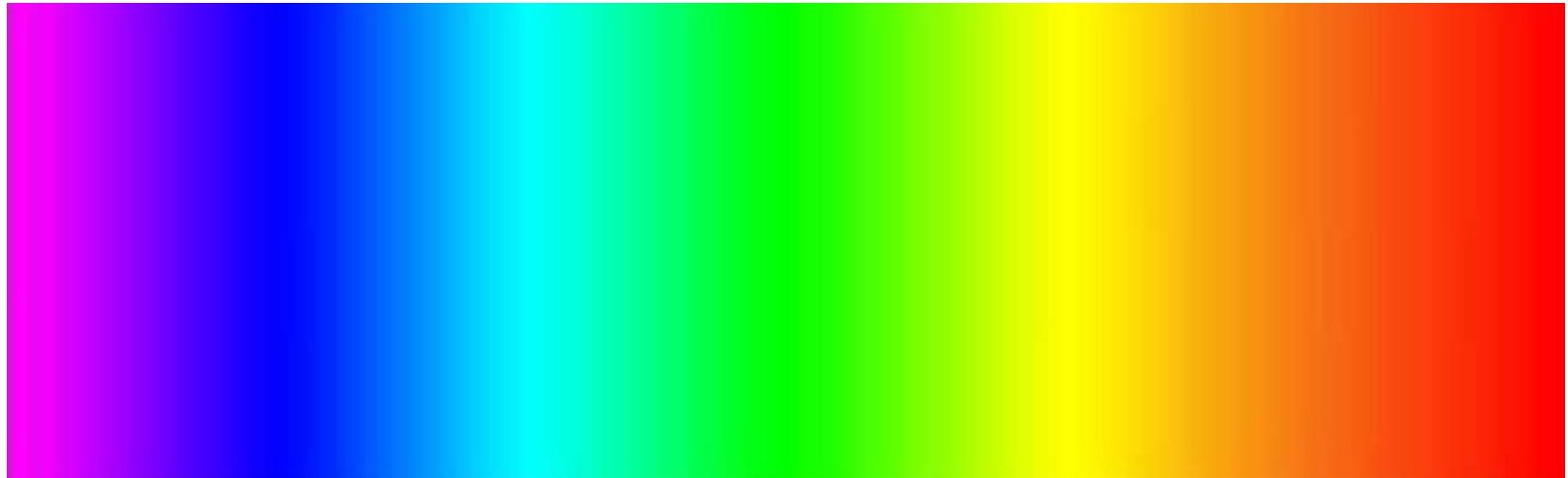
λ
порядок "m"

$\lambda + \Delta\lambda$
порядок "m+1"



Спектры

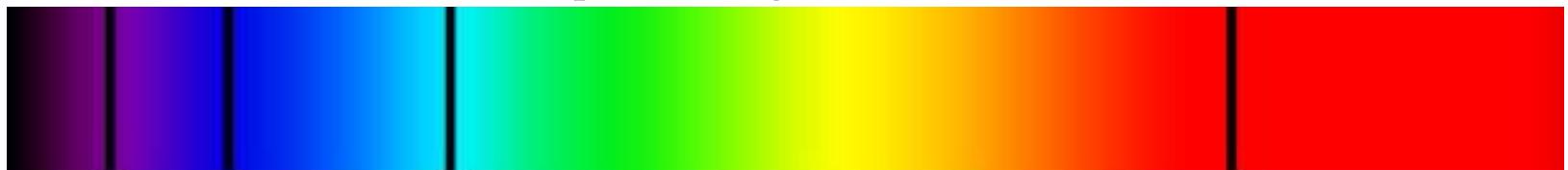
Непрерывный



Линейчатый

спектр поглощения

Водород



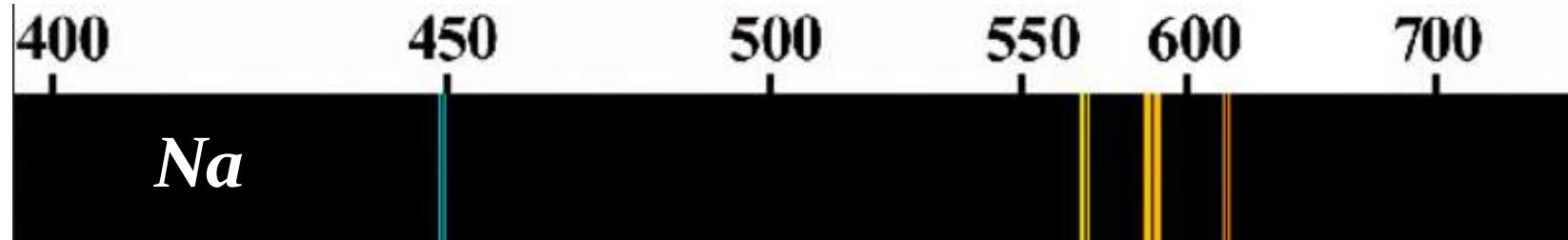
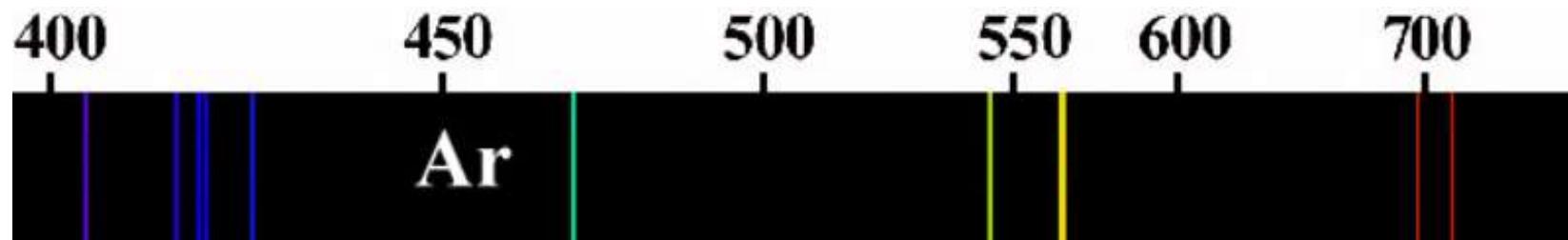
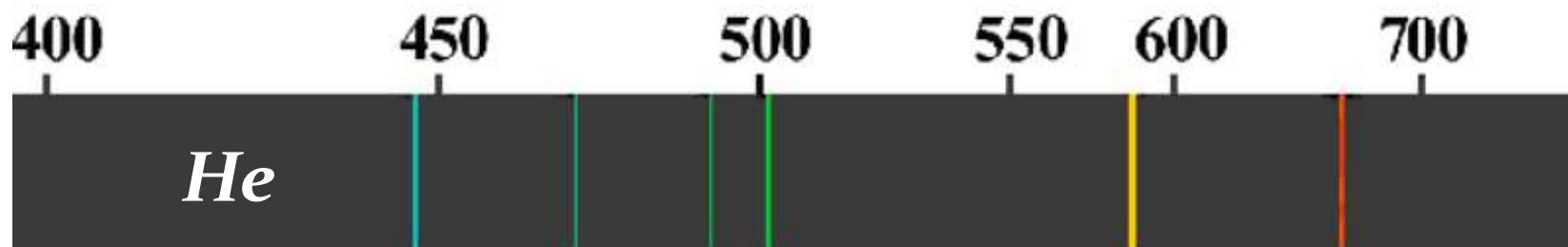
спектр излучения



400 nm

700 nm

Линейчатые спектры



Спектр лампы дневного света

Спектры атомарных газов

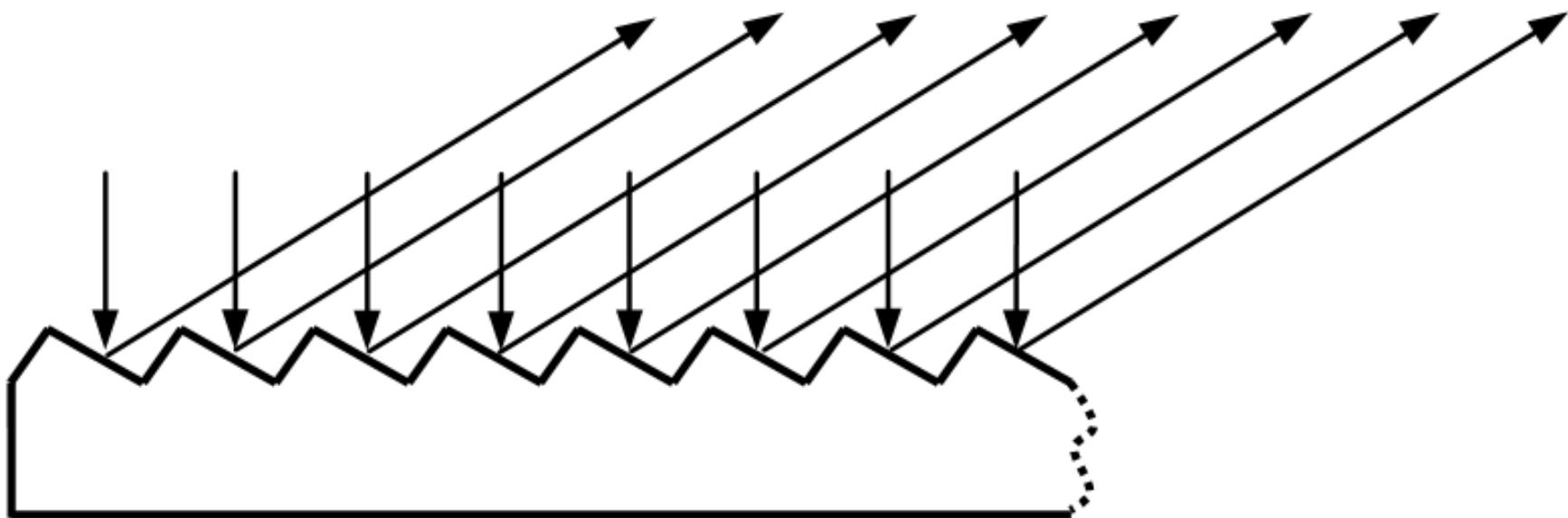
водород

аргон

криптон

неон

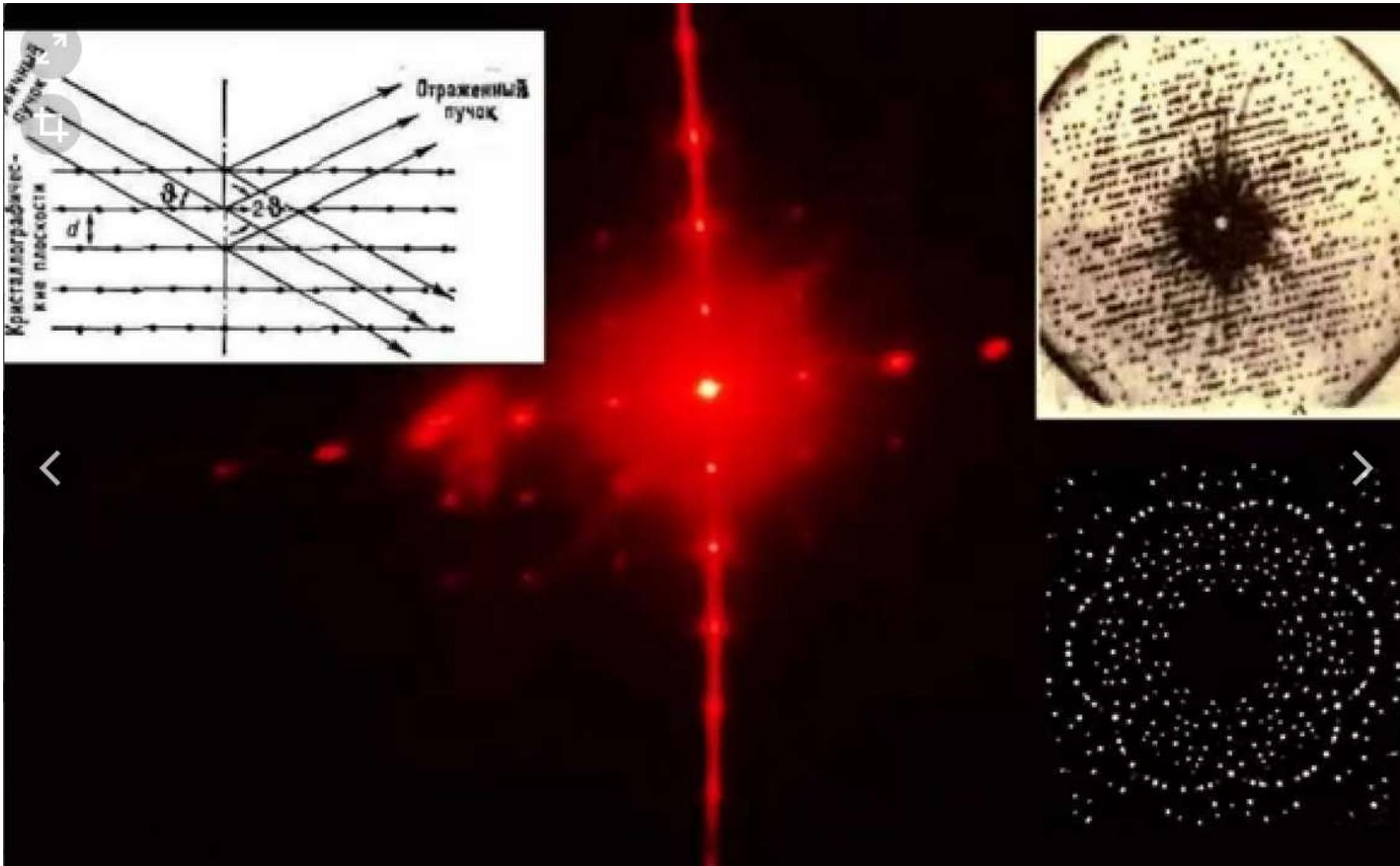
**Отражательная дифракционная решётка
“Эшелем” (“Echelette”)**



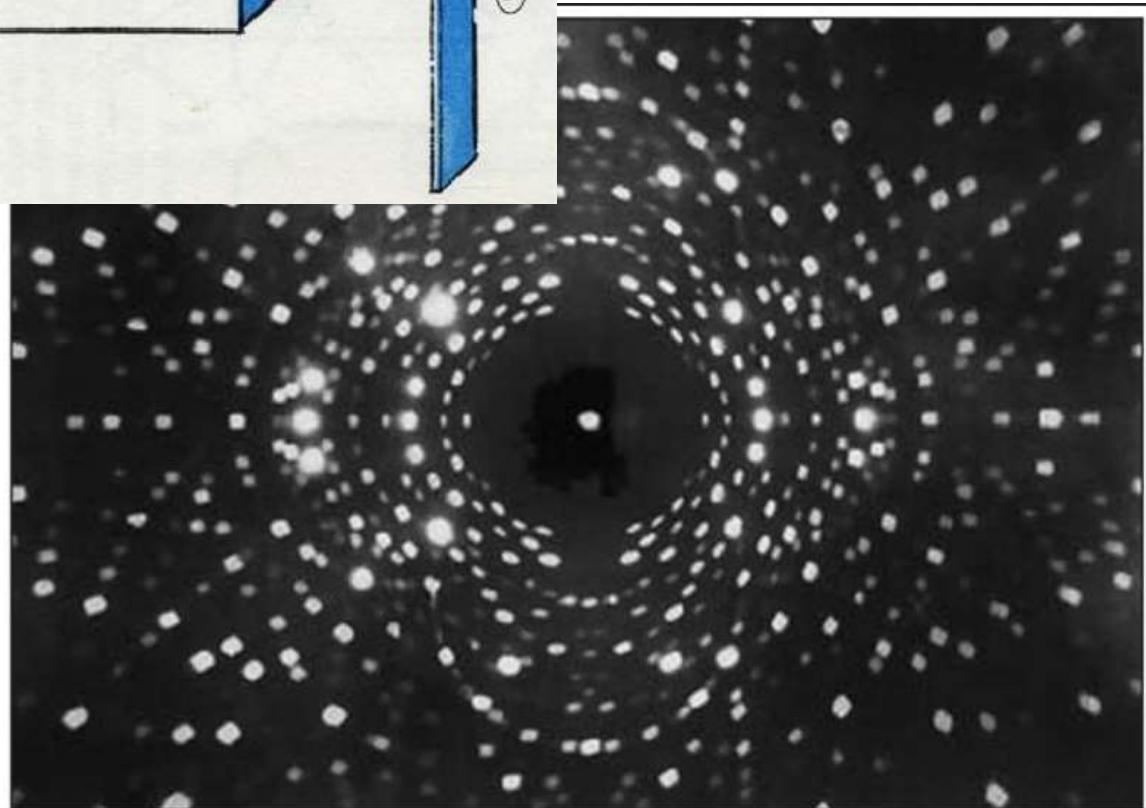
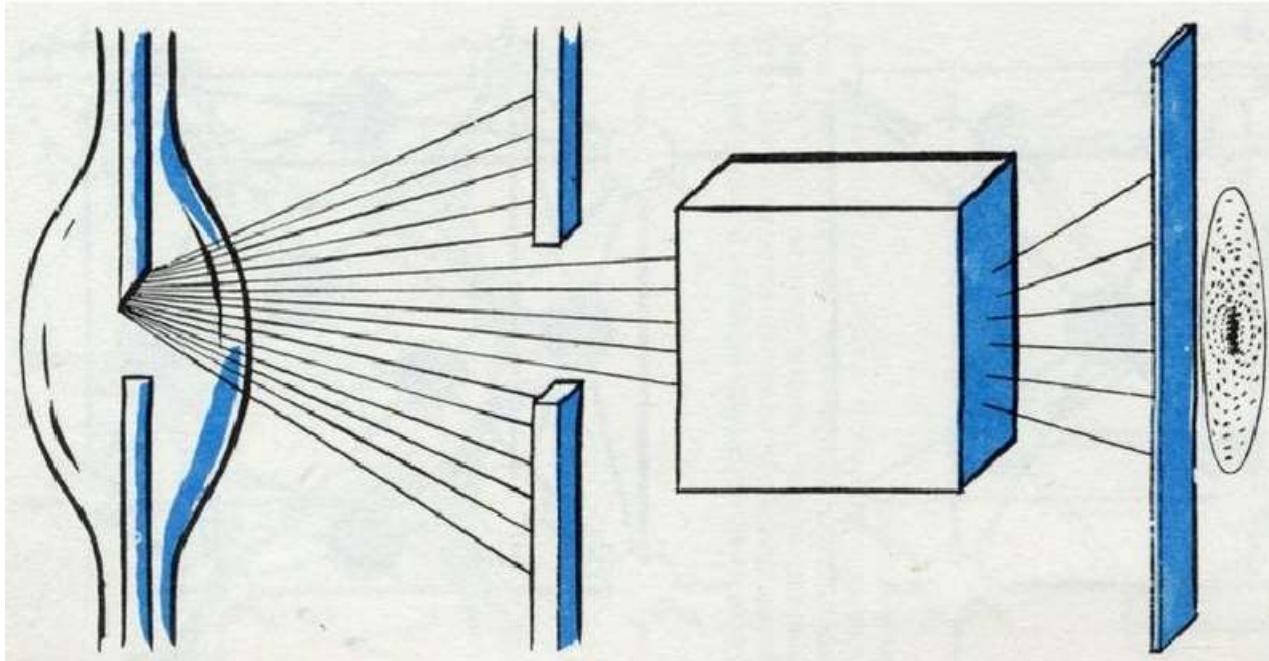
УСТРОЙСТВО КОМПАКТ-ДИСКА



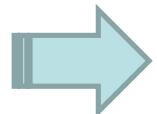
Дифракция рентгеновских лучей на кристаллической решётке, Макс фон Лауэ, 1912 г.



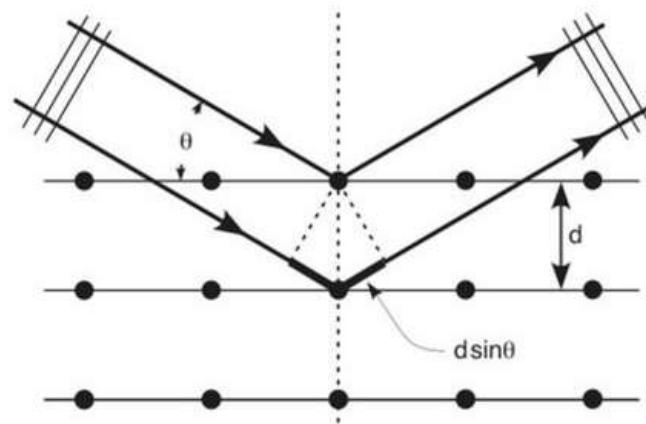
Дифракция на кристалле



“Лауэграмма”



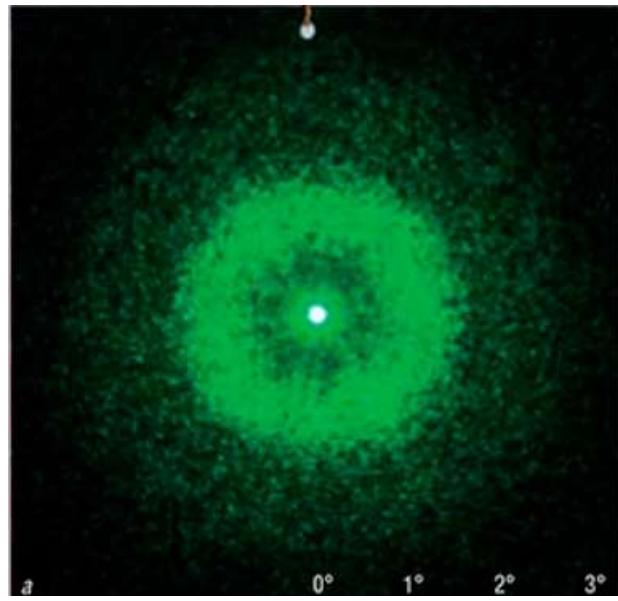
Дифракция на кристаллической решётке Нобелевская премия Лауэ в 1914



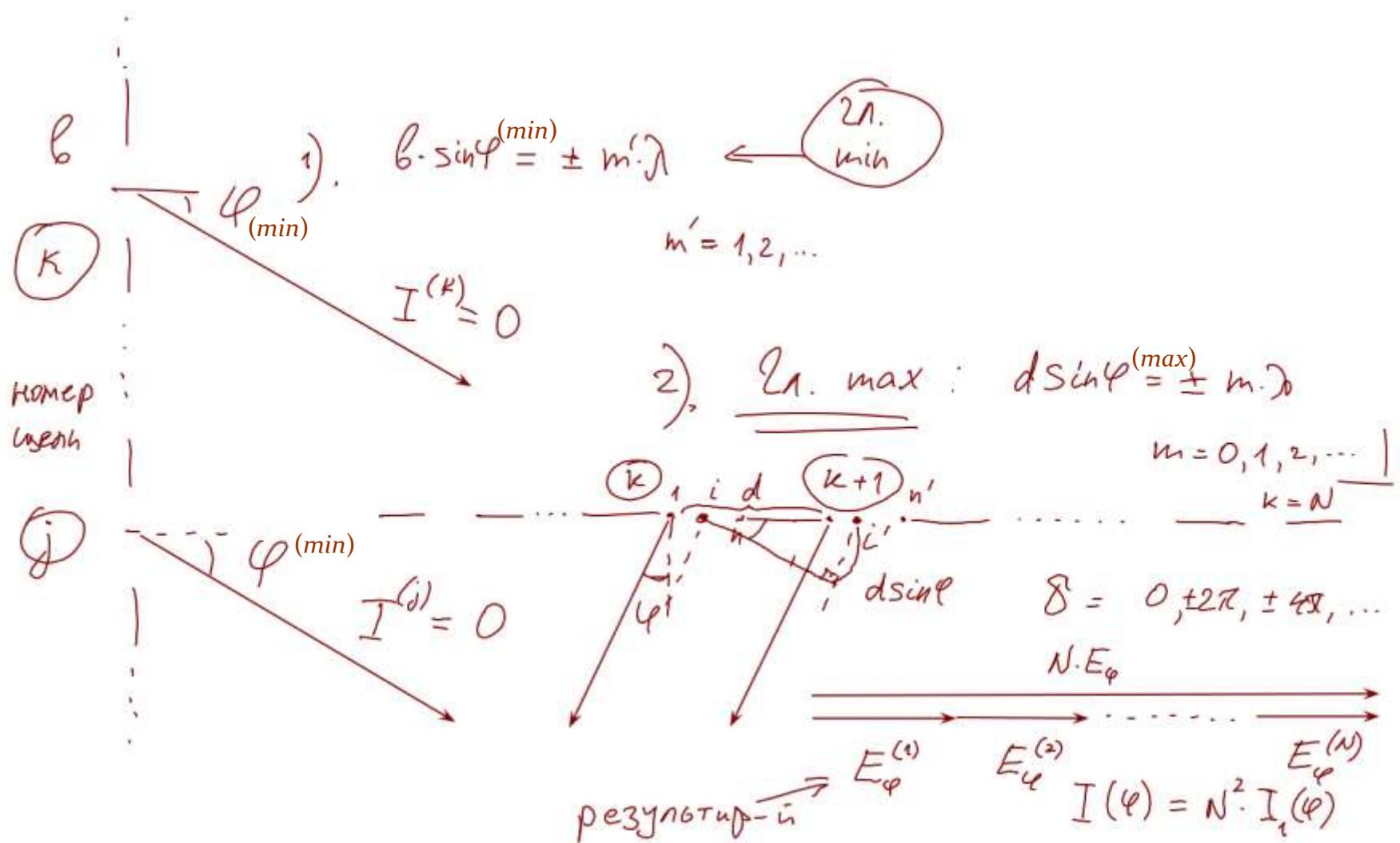
$$2d \cdot \sin \theta = m\lambda$$

Формула Вульфа – Брэгга

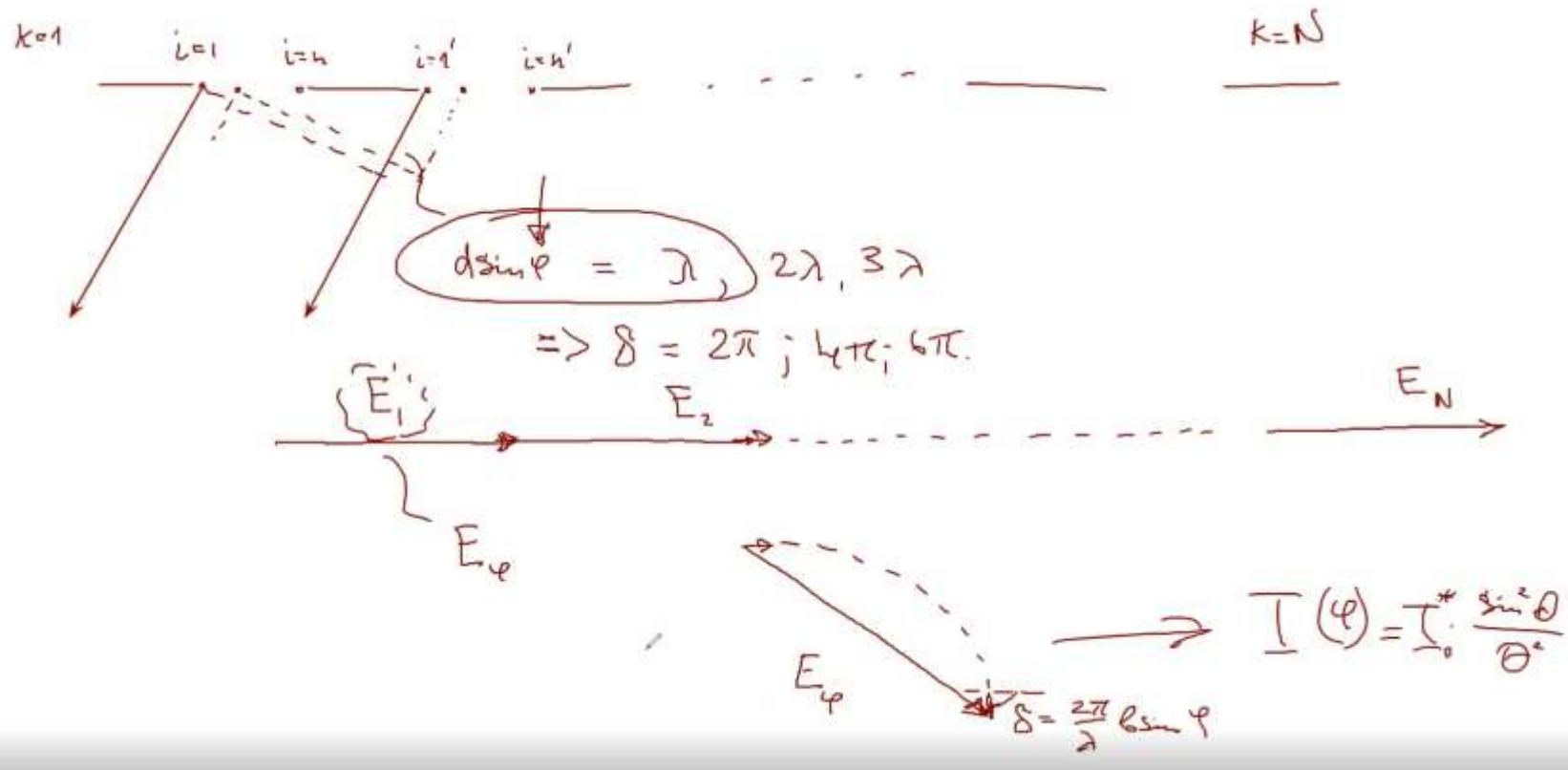
Дифракция на
ликоподии
Аморфное “галло”



Доска 1



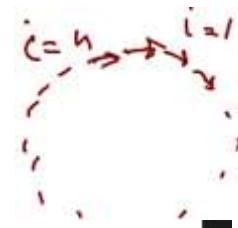
Доска 2



2n. min:

$\varphi^{(\min)}$:

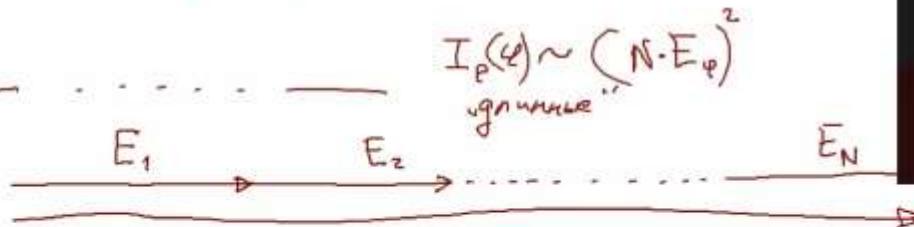
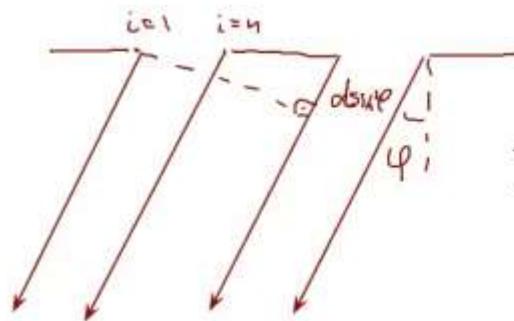
$$b \cdot \sin \varphi^{(\min)} = \pm m' \cdot \lambda, \quad m' = 1, 2, 3, \dots$$



Доска 3

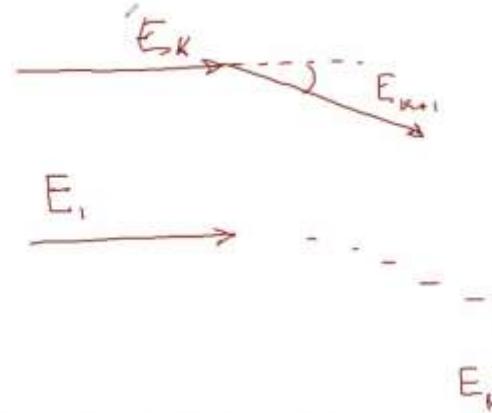
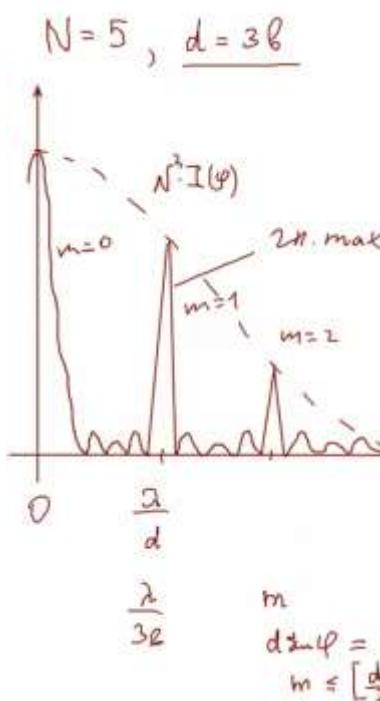
2n. max:

$$d \cdot \sin \varphi^{(\max)} = \pm m \cdot \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$



$$I_p(\varphi) \sim (N \cdot E_\varphi)^2$$

$$I_p(\varphi) = N^2 \cdot I(\varphi)$$

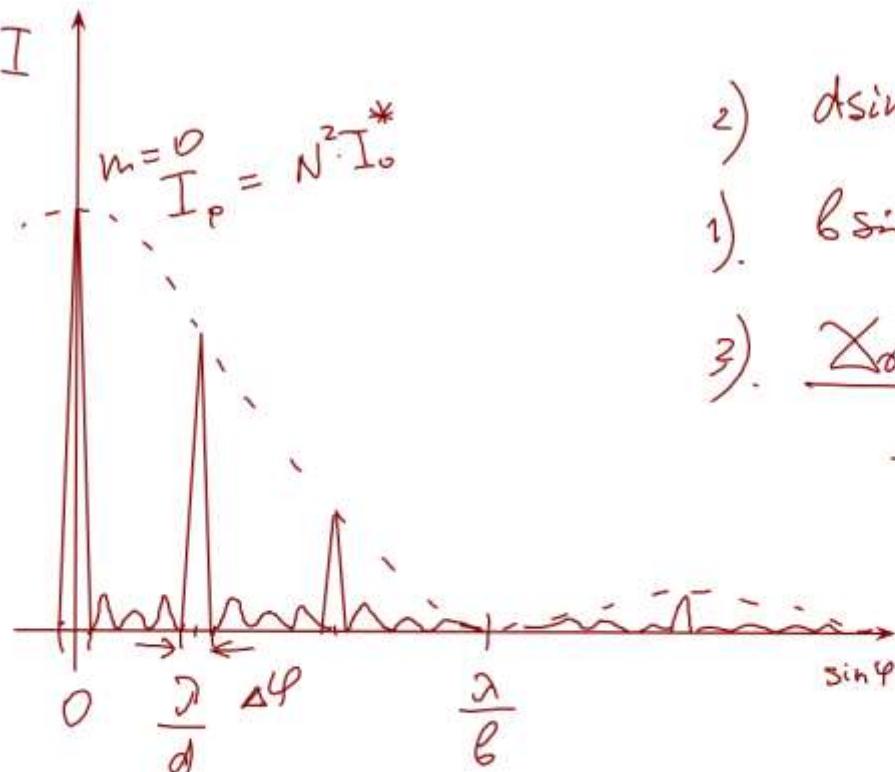


$$Nd \cdot \sin \varphi^{(\min)} = \pm m'_i \cdot \lambda \rightarrow \min$$

$$m'_i = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

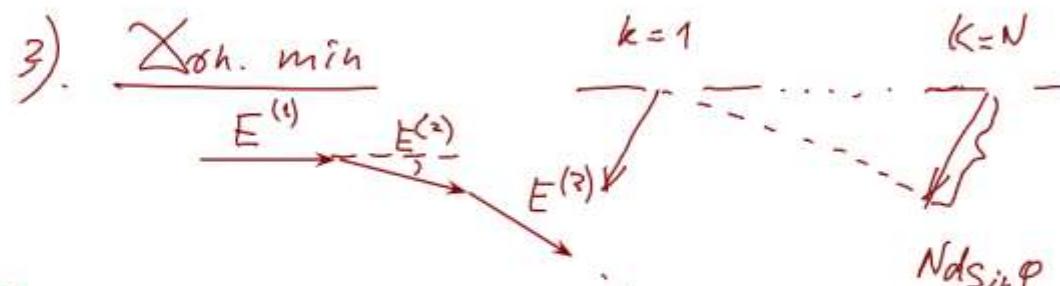
$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$m \leq \left[\frac{d}{\lambda} \right]; \quad \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \quad |\sin \varphi| \leq 1$$



2) $ds \sin\varphi^{(max)} = \pm m\lambda \quad , \quad m=0, 1, \dots$

1) $ds \sin\varphi^{(min)} = \pm m'\lambda \quad ,$



Пример: $d = 36 \quad ; \quad N = 5$

Don. min

$\rightarrow Nds \sin\varphi^{(min)} = \pm m_1 \cdot \lambda$

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd}}$$

$m_1' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$

$ds \sin\varphi = \pm m\lambda \quad , \quad m=0, 1, \dots$

(в центре)

$\varphi \leq \frac{\pi}{2} \rightarrow |\sin\varphi| \leq 1$

$m \leq \left[\frac{d}{\lambda} \right] \quad ;$

делал засчет

Доска 5

