

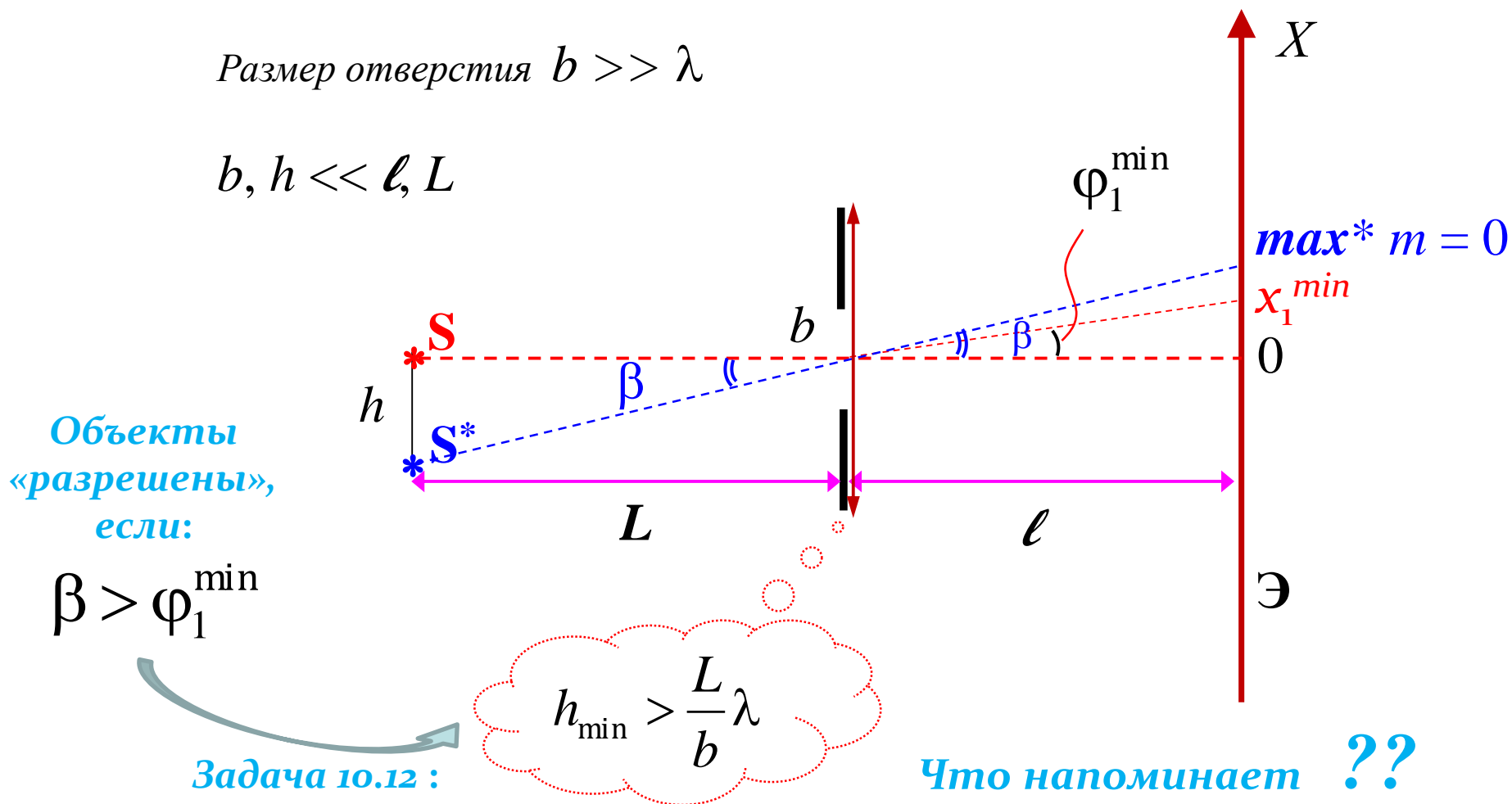
# Лекция 13. Дифракционная решётка



## 4.2.2. Предельное пространственное разрешение при наблюдении удалённых объектов оптическими приборами

Размер отверстия  $b \gg \lambda$

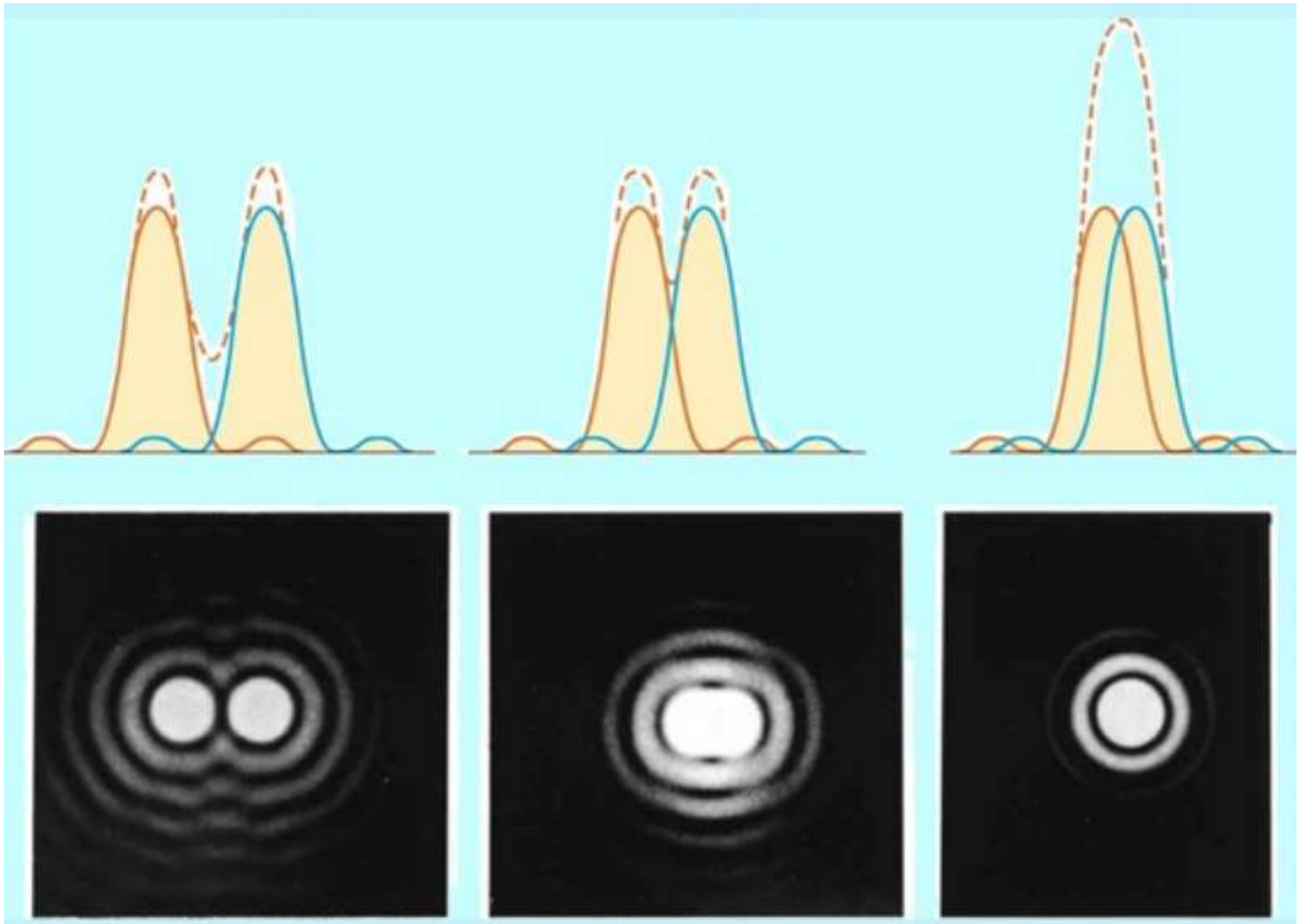
$b, h \ll \ell, L$



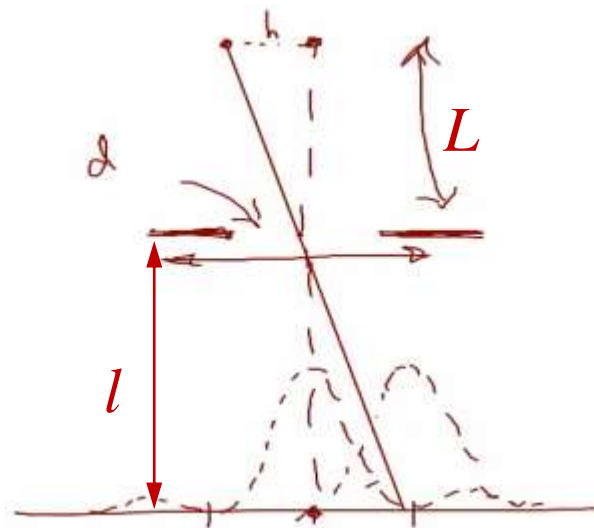
\*) **Круглое отверстие:**  $d \cdot \sin \varphi_1^{\min} = \pm 1,22 \cdot \lambda$  (поправка 22% на  $h^{\min}$ )

\*\*) **Объекты на Луне.** Глаз:  $h_{\min} \approx 50$  км; Телескоп Хаббл ( $d = 2,5$  м):  $h_{\min} \approx 100$  м.

# Предел разрешения оптических приборов. Критерий Рэля



**Задача 10.12.** Может ли охотник различить невооруженным глазом двух волков, находящихся от него на расстоянии  $L = 5$  км? Или он примет их за одного медведя? Расстояние между волками  $h = 1$  м. Диаметр зрачка глаза  $d = 4$  мм.



???

Учёт  
дифракции

10.12

$$L = 5 \text{ км}$$

$$d = 4 \text{ мм}$$

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$d/\lambda \sim 10^4 \gg 1$  ! **НО:**

$$h_{\min} = \frac{L}{b} \cdot \lambda = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ м}}{4 \cdot 10^3} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \approx 6 \cdot 10^{-1} \text{ м} = 60 \text{ см}$$

$$\beta > \varphi_i^{(\min)}$$

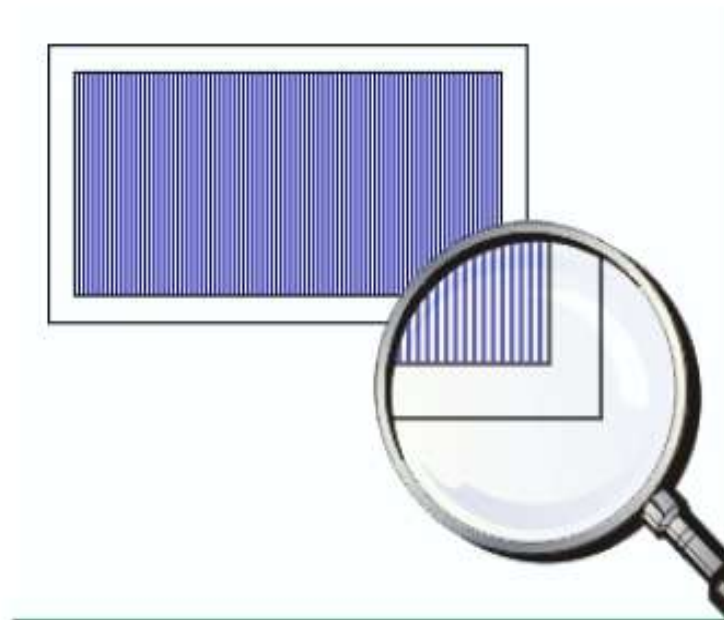
$$\frac{h}{L} > \frac{\lambda}{b}$$

$$b \rightarrow d$$

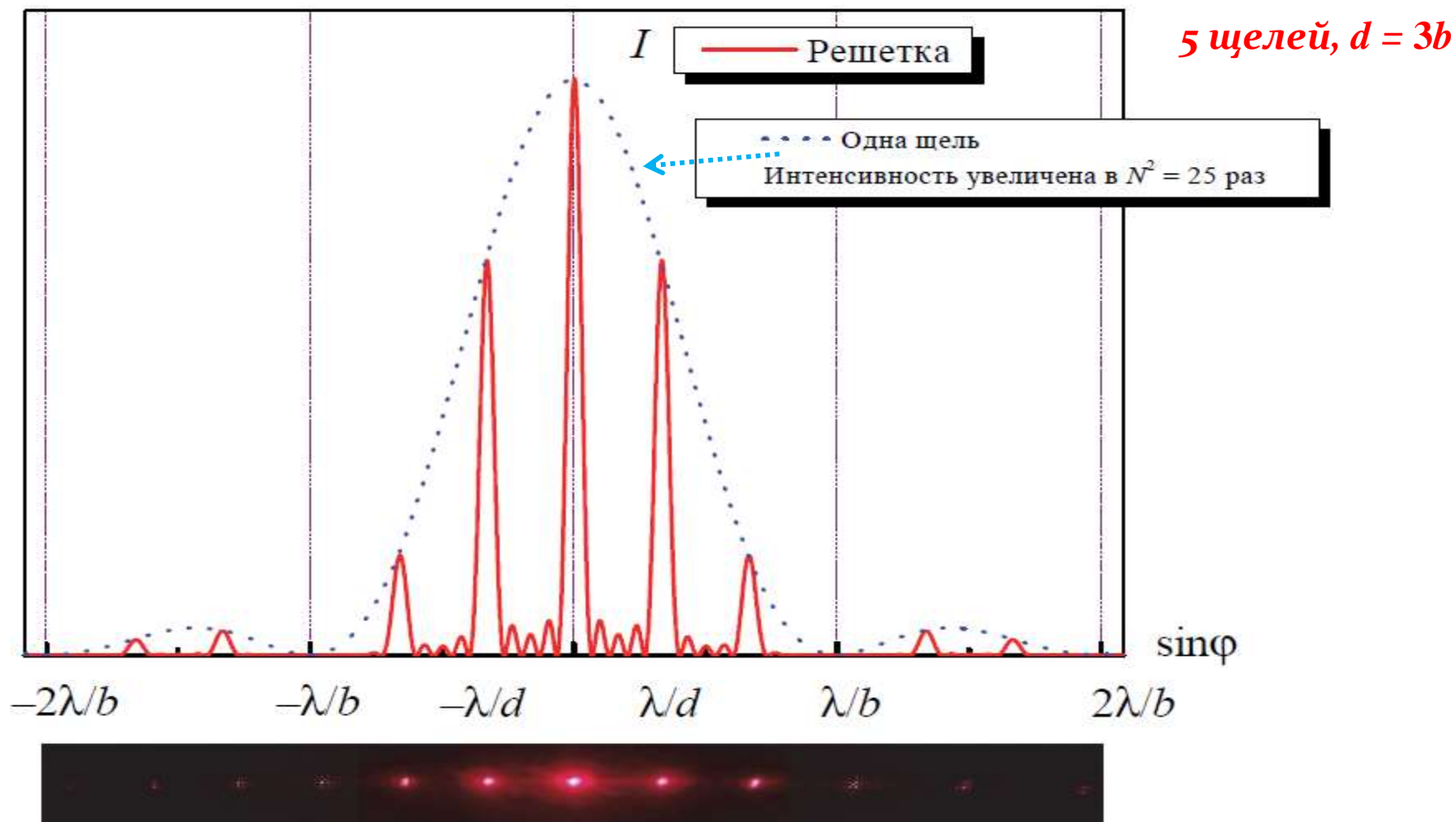
$$d \sin \gamma = \pm 1,22 \lambda$$

$$\longrightarrow h_{\min}^* = 1,22 \cdot 60 \text{ см} \approx 76 \text{ см}$$

## § 5. Дифракционная решётка



# Распределение интенсивности при дифракции на решётке



**Главные минимумы:**  $b \cdot \sin \varphi = \pm m' \cdot \lambda$ ,  $m' = 1, 2, 3, \dots$  для каждой щели:

min

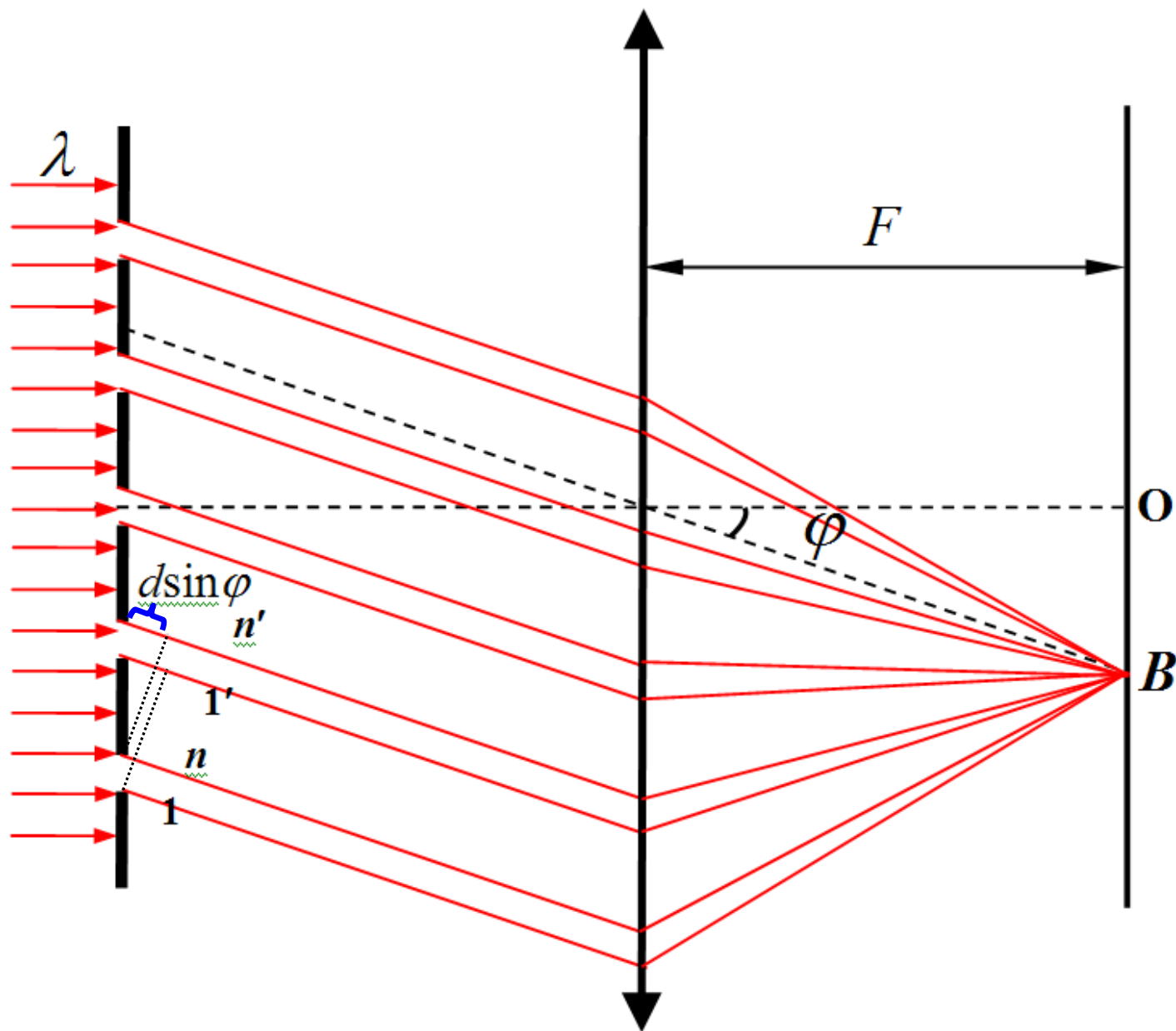
**Главные максимумы:**  $d \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots, [d/\lambda]$

$E_1$

$E_k$

$E_N$

## 5.1. Условия главных максимумов и главных минимумов



## 5.2. Дополнительные минимумы и дополнительные максимумы

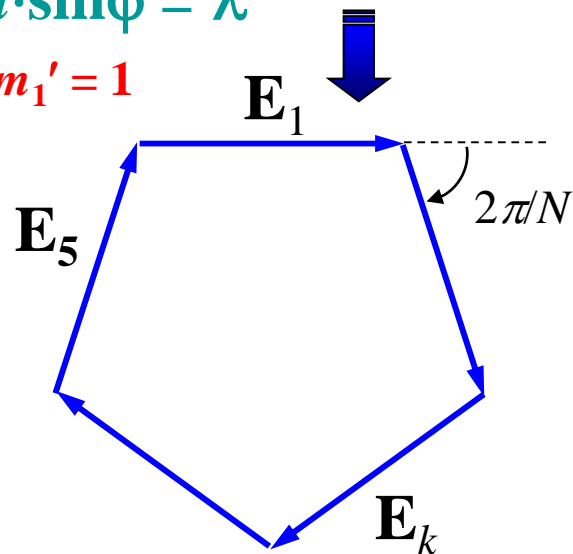
$$Nd \cdot \sin \varphi = \pm m_1' \cdot \lambda, \quad m_1' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

К объяснению возникновения дополнительных минимумов

Пример: число щелей  $N = 5$

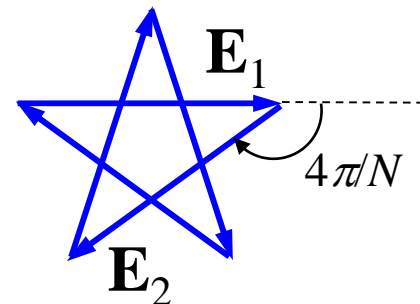
$$5d \cdot \sin \varphi = \lambda$$

$$m_1' = 1$$



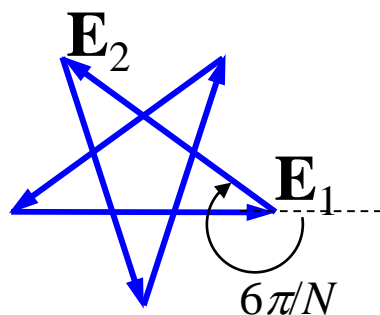
$$5d \cdot \sin \varphi = 2\lambda$$

$$m_1' = 2$$



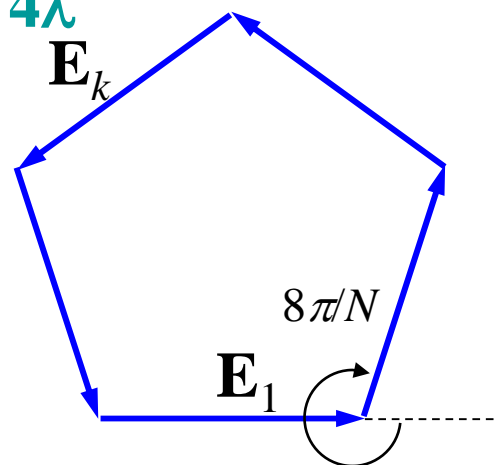
$$5d \cdot \sin \varphi = 3\lambda$$

$$m_1' = 3$$



$$5d \cdot \sin \varphi = 4\lambda$$

$$m_1' = 4$$





## Пример: число щелей $N = 5$

$$d \cdot \sin \varphi = 0, \pm \frac{1}{5}\lambda, \pm \frac{2}{5}\lambda, \pm \frac{3}{5}\lambda, \pm \frac{4}{5}\lambda, \pm \lambda, \pm \frac{6}{5}\lambda, \pm \frac{7}{5}\lambda, \pm \frac{8}{5}\lambda, \dots, \pm \frac{9}{5}\lambda, \pm 2\lambda, \pm \frac{11}{5}\lambda, \dots, \pm \frac{14}{5}\lambda, \pm 3\lambda, \pm \frac{16}{5}\lambda, \dots$$

$\pm\left(\lambda - \frac{\lambda}{N}\right)$        $\pm\left(\lambda + \frac{\lambda}{N}\right)$        $\pm\left(2\lambda - \frac{\lambda}{N}\right)$        $\pm\left(2\lambda + \frac{\lambda}{N}\right)$

↑      ↑      ↑      ↑      ↑

“0-й”  
центр. гл. max      гл. max  $m = 1$       гл. max  $m = 2$       гл. min  $m' = 1$

Расположение дополнительных  $(N - 1)$  минимумов между главными максимумами

Дополнительные минимумы “обрамляют” главные максимумы

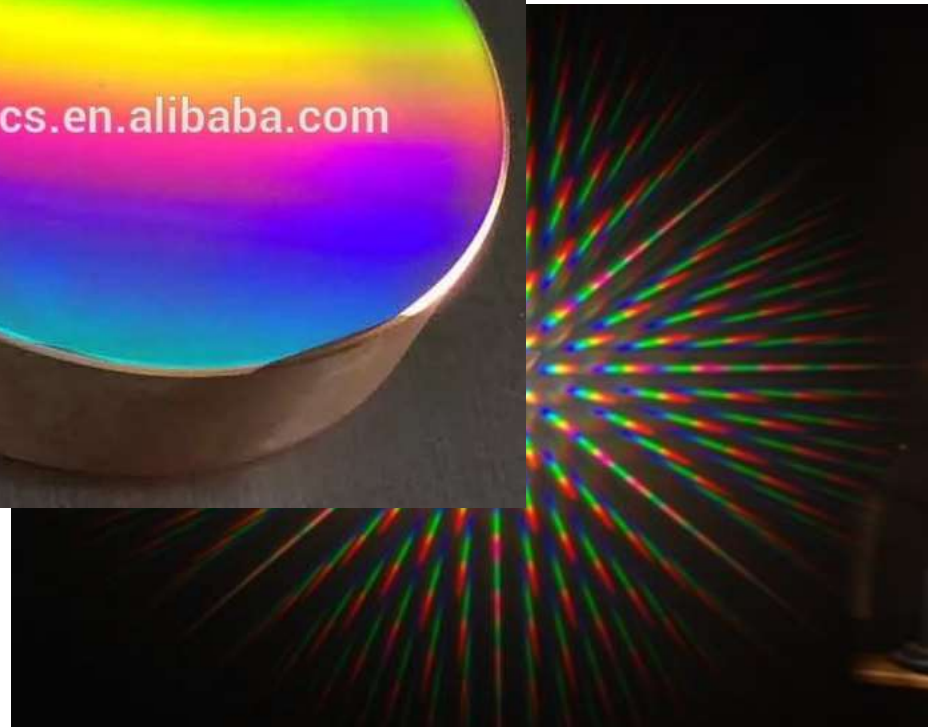
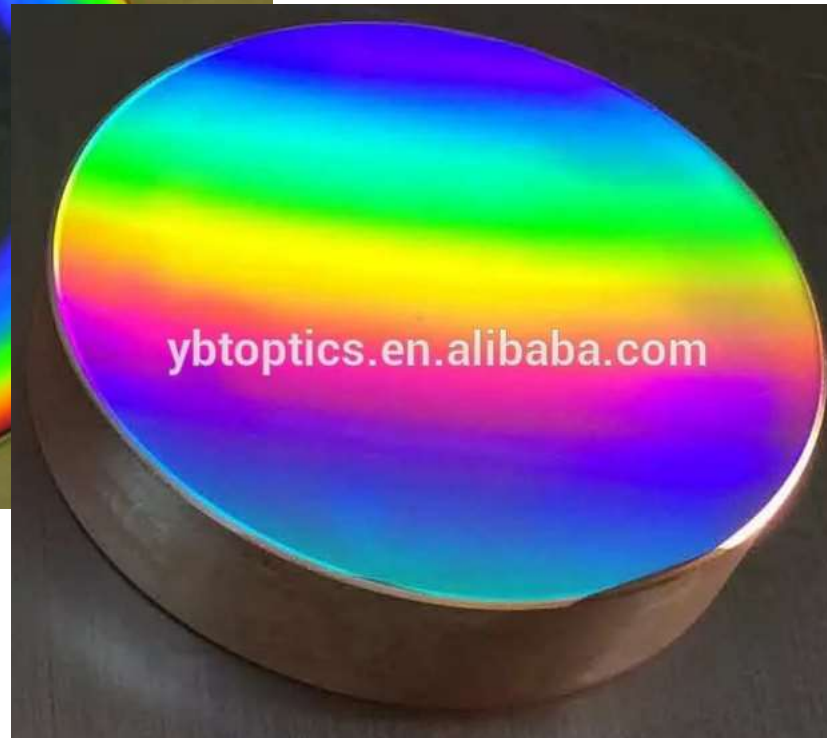


Угловая ширина главных максимумов:  
(вблизи центра)

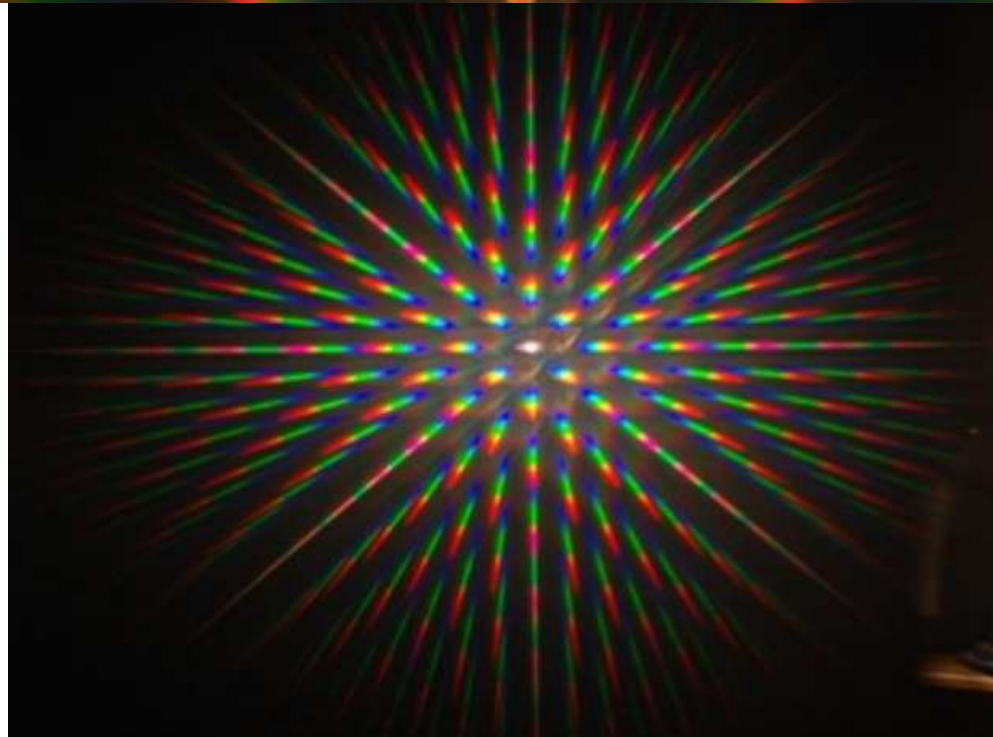
$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{Nd}$$

(«Попутно» решили задачи 11.16; 11.17; ≈11.5)

## §6. Характеристики дифракционной решётки как спектрального аппарата



# Дифракция белого света

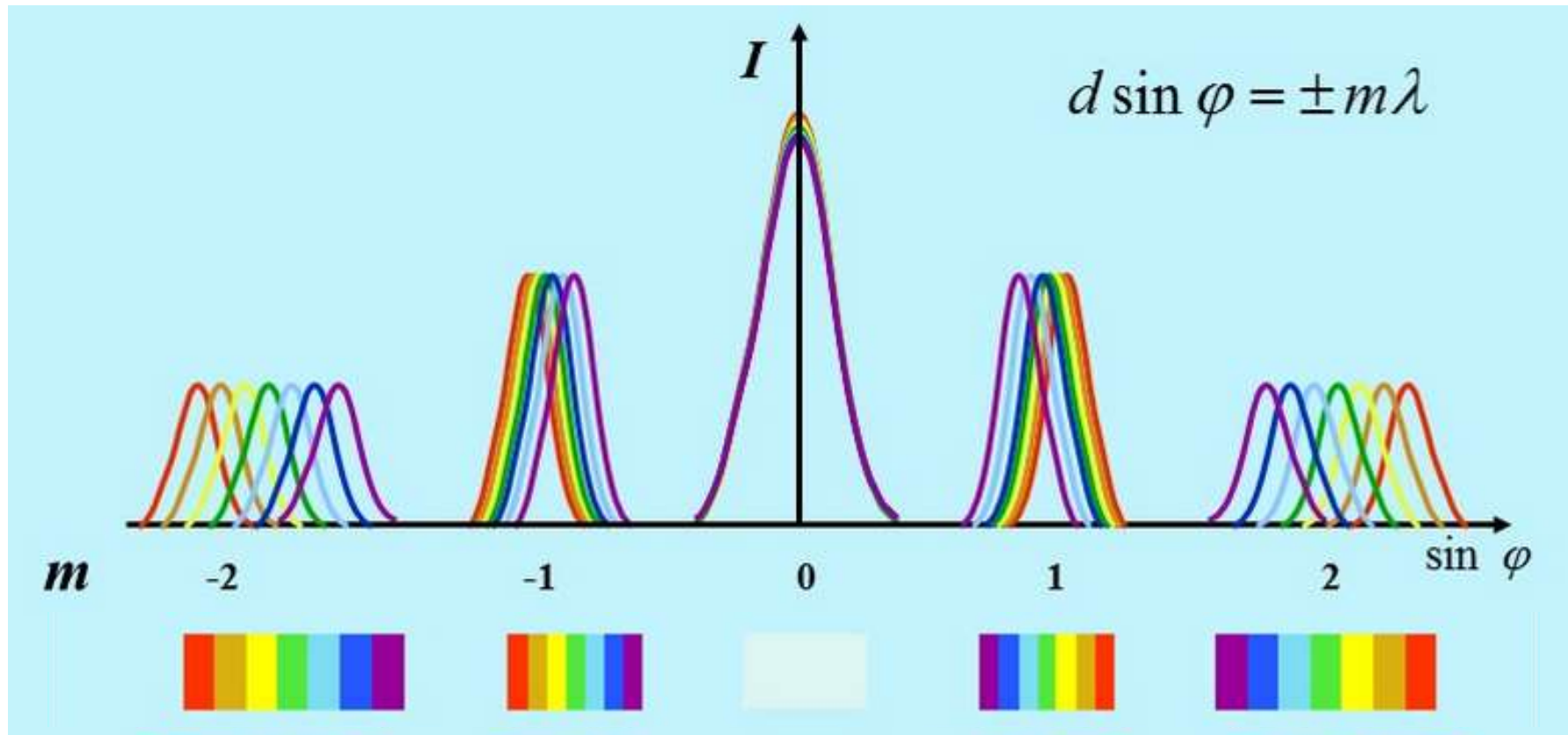


# Дифракция белого света



## 6.1. Угловая и линейная дисперсия

### Дифракционная решётка – спектральный аппарат



➡ (Опр.)

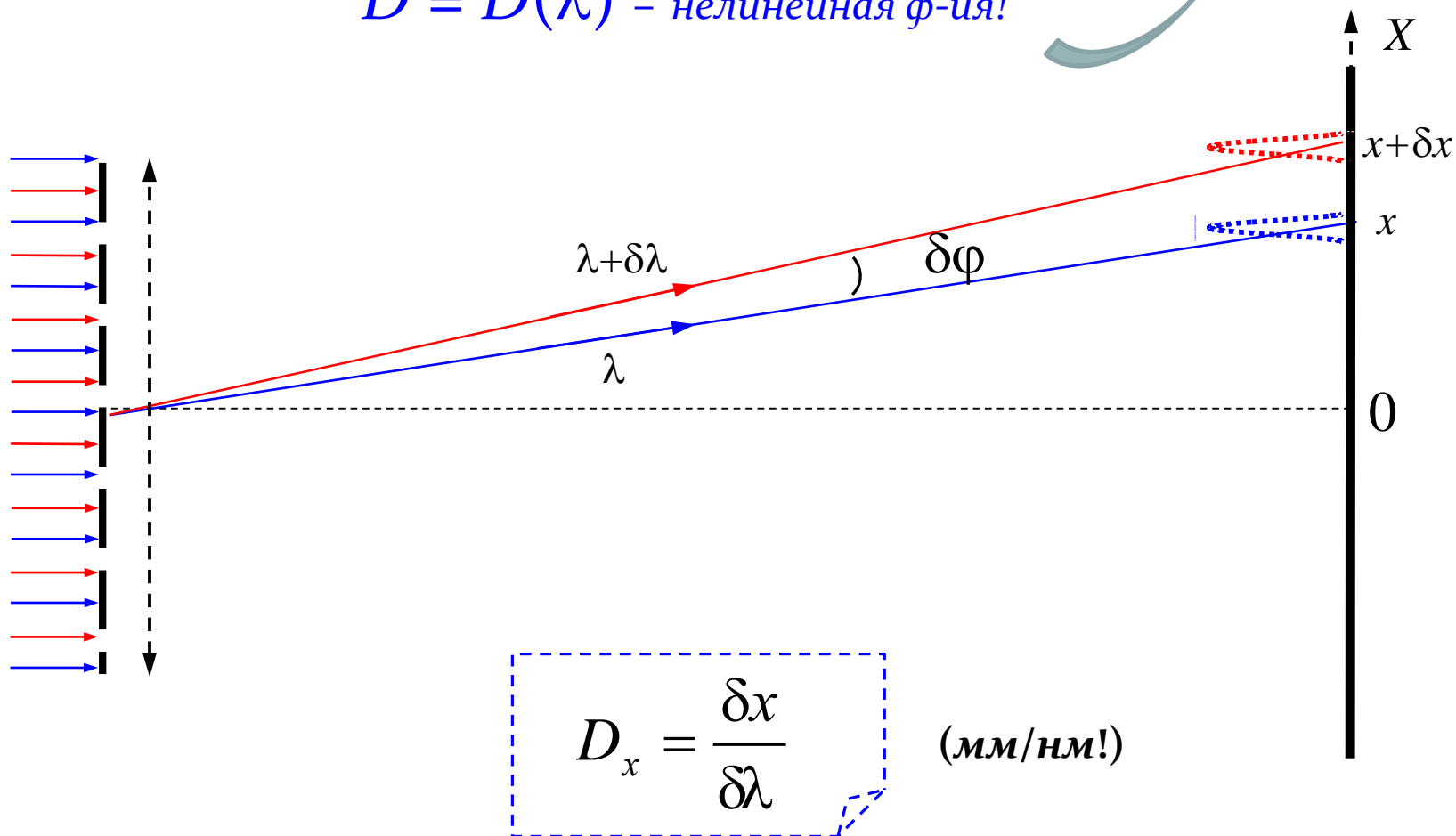
# Угловая дисперсия:

(рад/нм или град/нм !)

$$D_{\varphi} = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$$

$$D_{\varphi}^{cp} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}$$

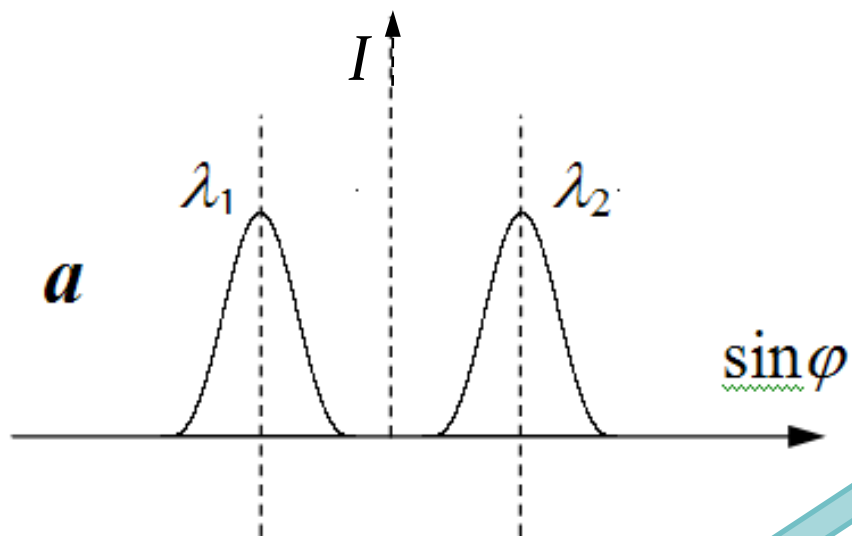
$D = D(\lambda)$  – нелинейная ф-ия!



$$D_x = \frac{\delta x}{\delta \lambda}$$

(мм/нм!)

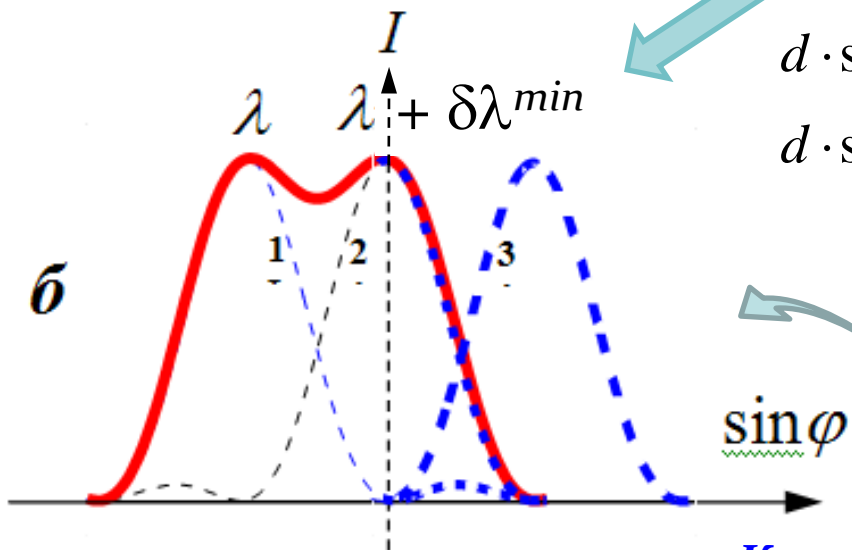
## 6.2. Разрешающая способность



$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda_{\min}}$$

**Решётка:**

$$\left. \begin{aligned} d \cdot \sin \varphi &= m\lambda + \lambda / N \\ d \cdot \sin \varphi &= m(\lambda + \delta \lambda^{\min}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda^{\min} = \frac{\lambda}{mN}$$



**Критерий Рэлея**

$$R = mN$$

# Спектр ртутной лампы



**Линии 577,0 и 579,1 нм  
“разрешаются” во 2-м и 3-м порядке  
спектра**



$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda_{min}}$$

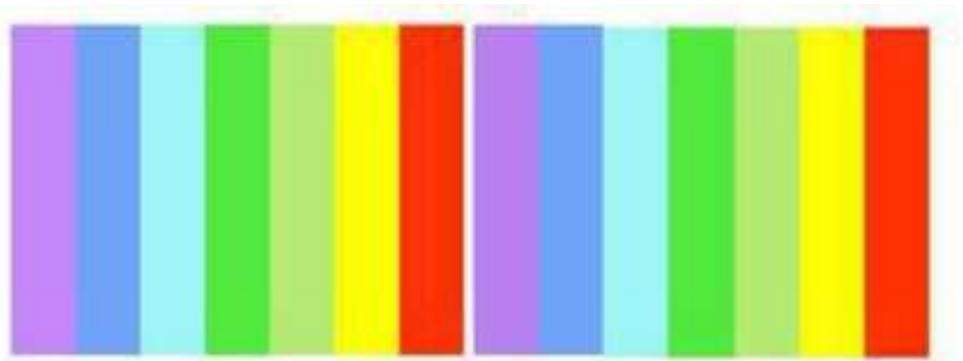
$$R = mN$$



### 6.3. Свободная спектральная область

$$m(\lambda + \Delta\lambda) < (m+1)\lambda \Rightarrow \circ \quad \circ \quad \circ$$

$$\Delta\lambda_{св} < \frac{\lambda}{m}$$



$\lambda$

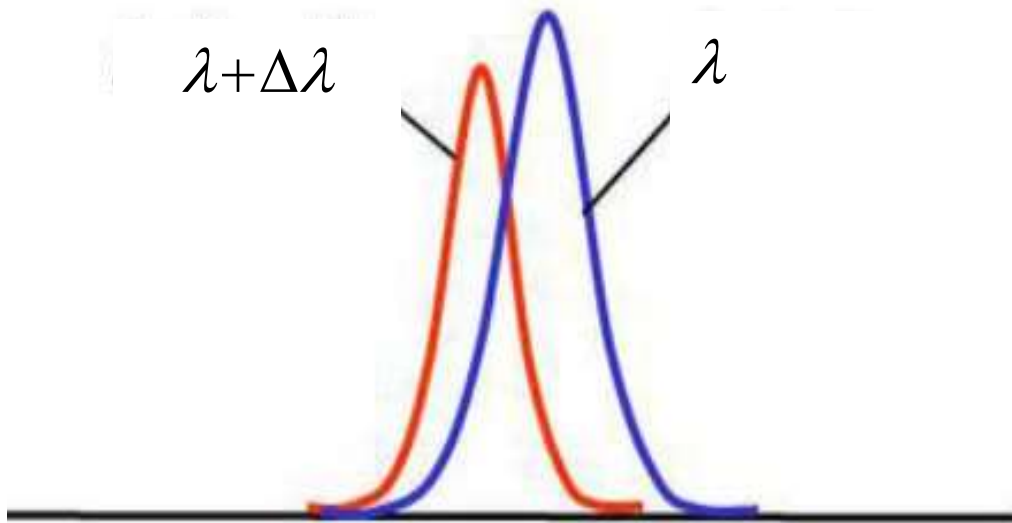
$\lambda + \Delta\lambda$

*порядок “m”*

*порядок “m+1”*

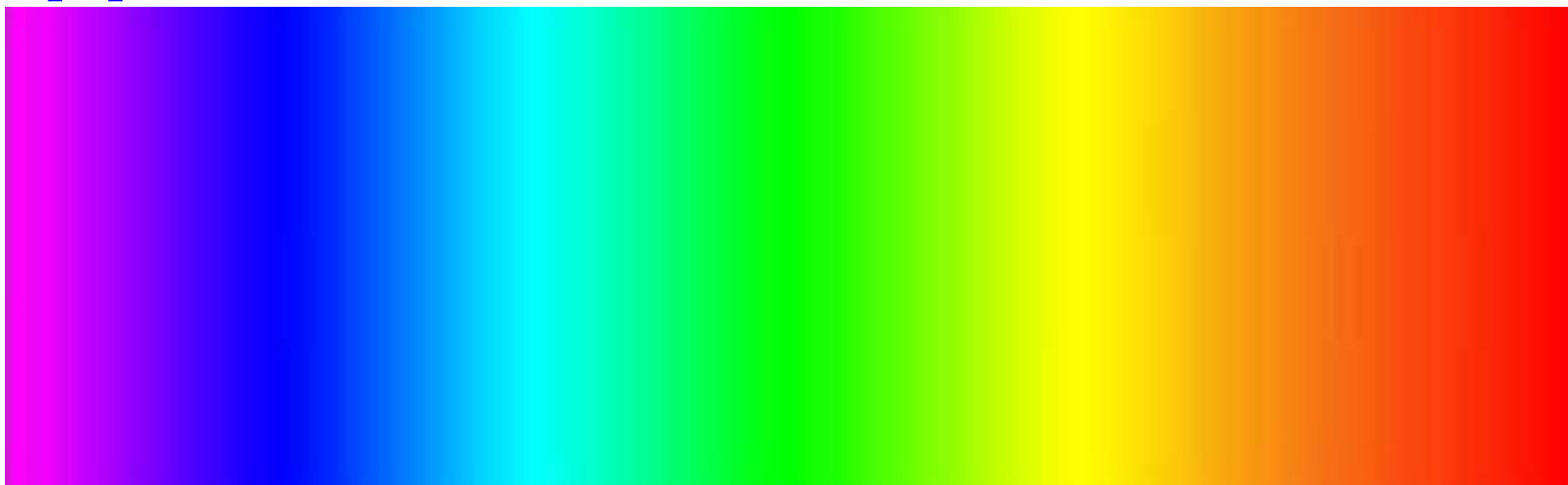
$\lambda + \Delta\lambda$

$\lambda$



# Спектры

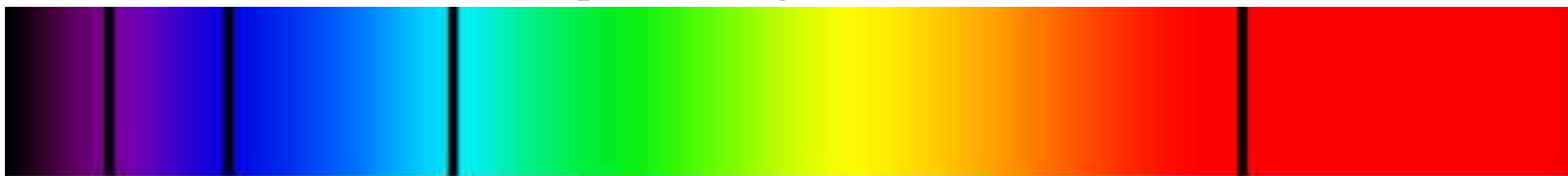
Непрерывный



Линейчатый

спектр поглощения

Водород



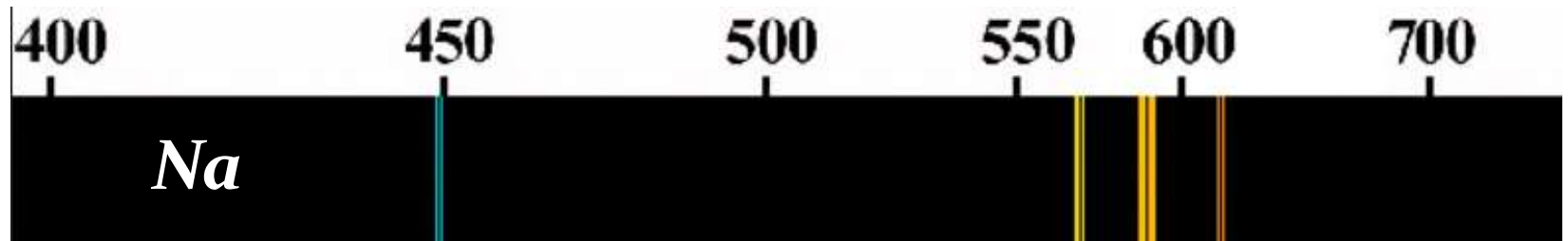
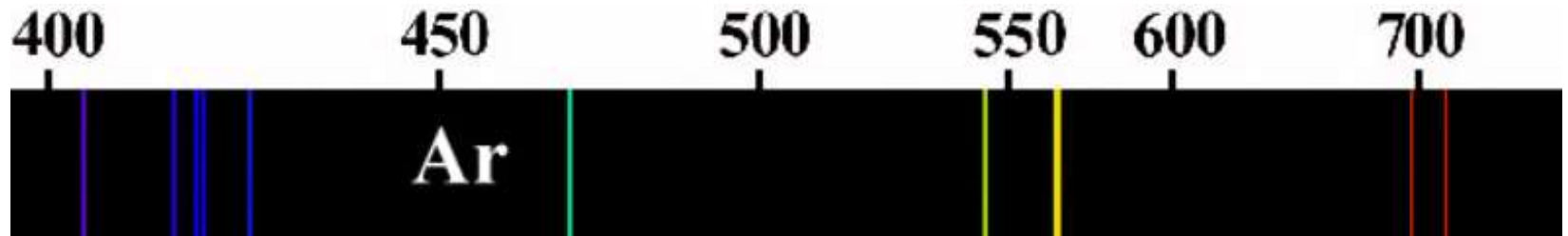
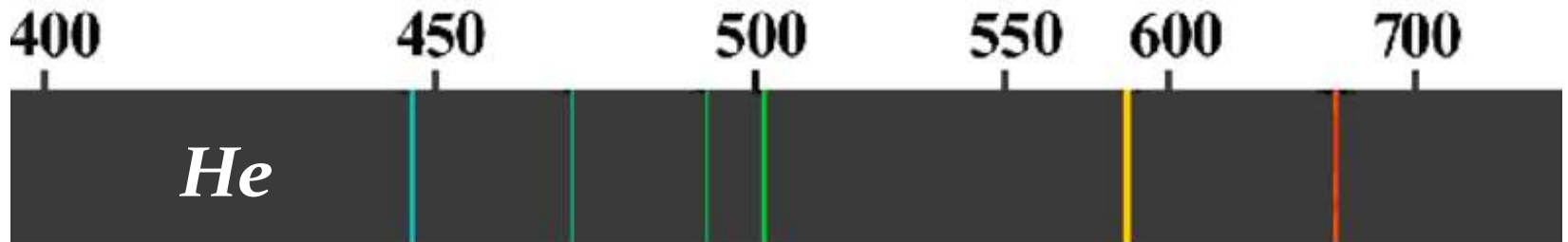
спектр излучения



400 nm

700 nm

# Линейчатые спектры



## *Спектр лампы дневного света*

## *Спектры атомарных газов*

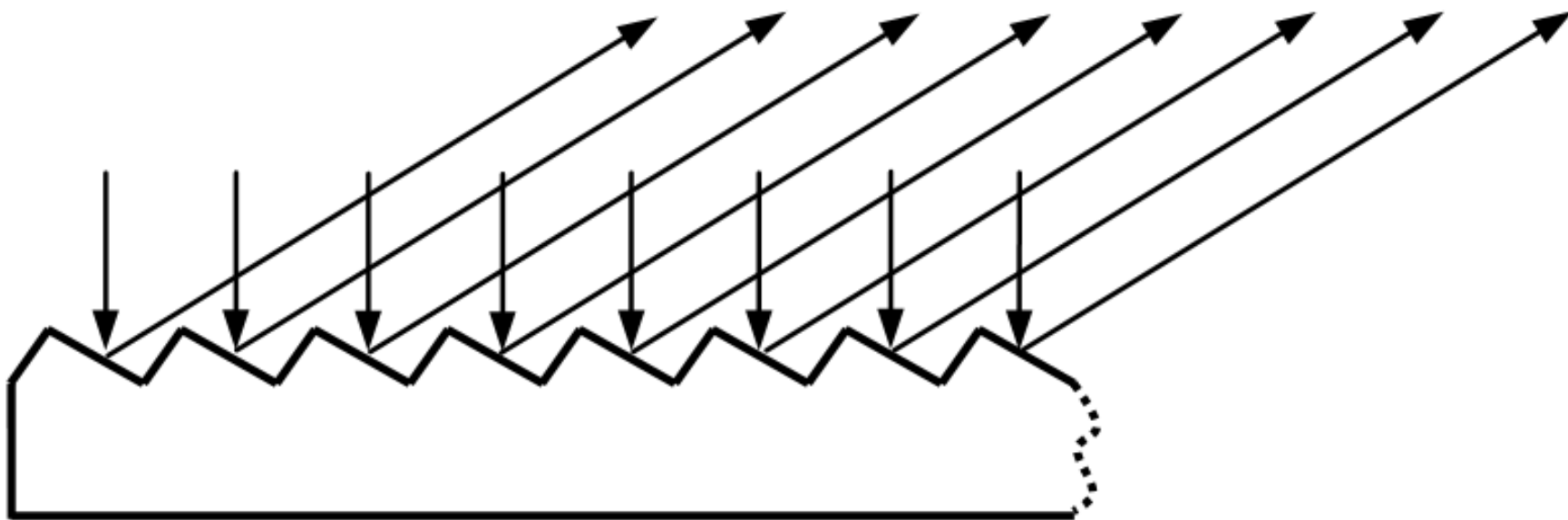
водород

аргон

криптон

неон

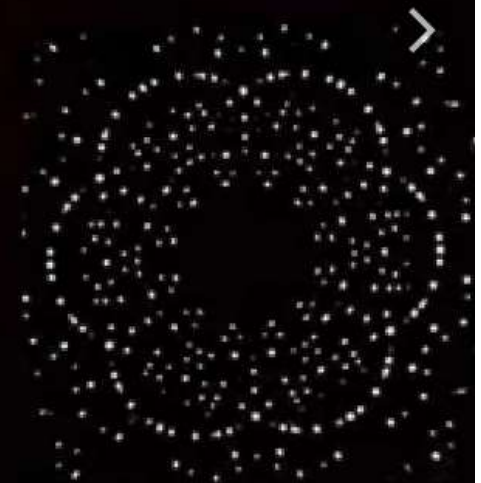
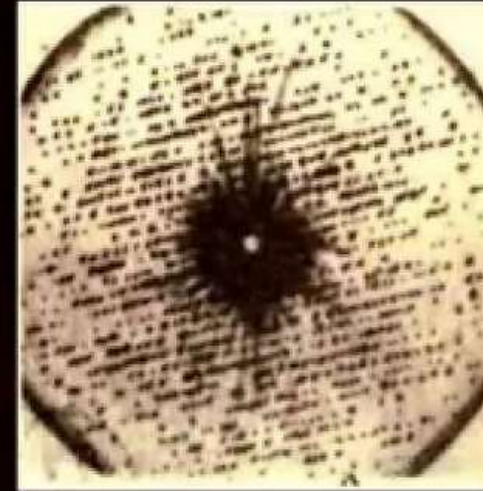
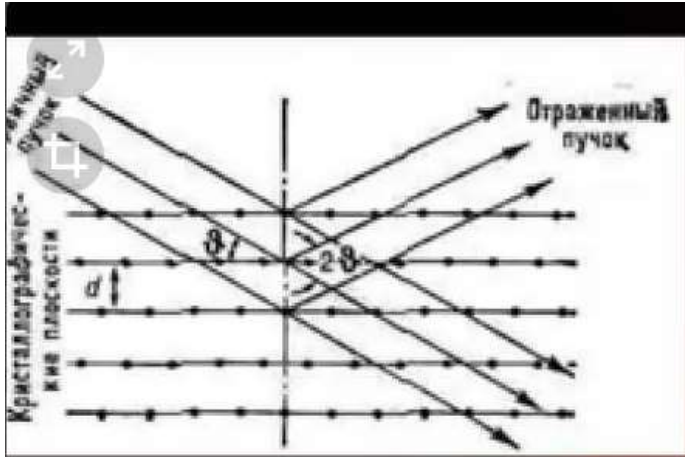
# Отражательная дифракционная решётка “Эшелет” (“Echelette”)



# УСТРОЙСТВО КОМПАКТ-ДИСКА

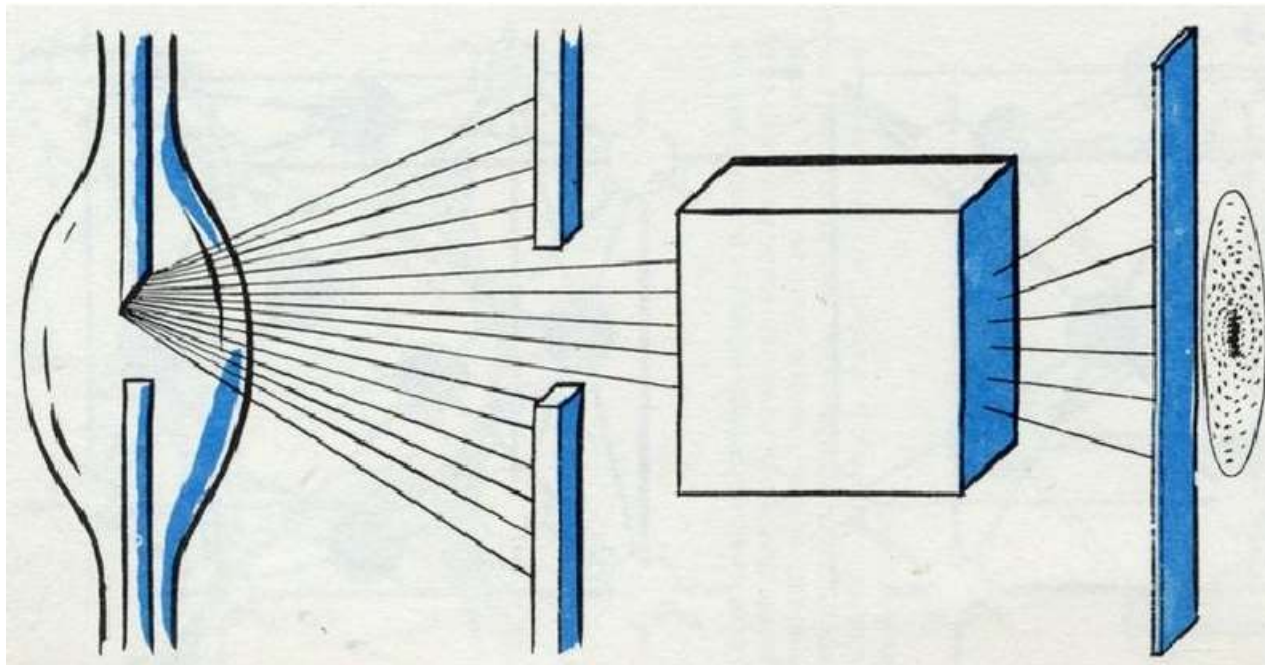


# Дифракция рентгеновских лучей на кристаллической решётке, Макс фон Лауэ, 1912 г.

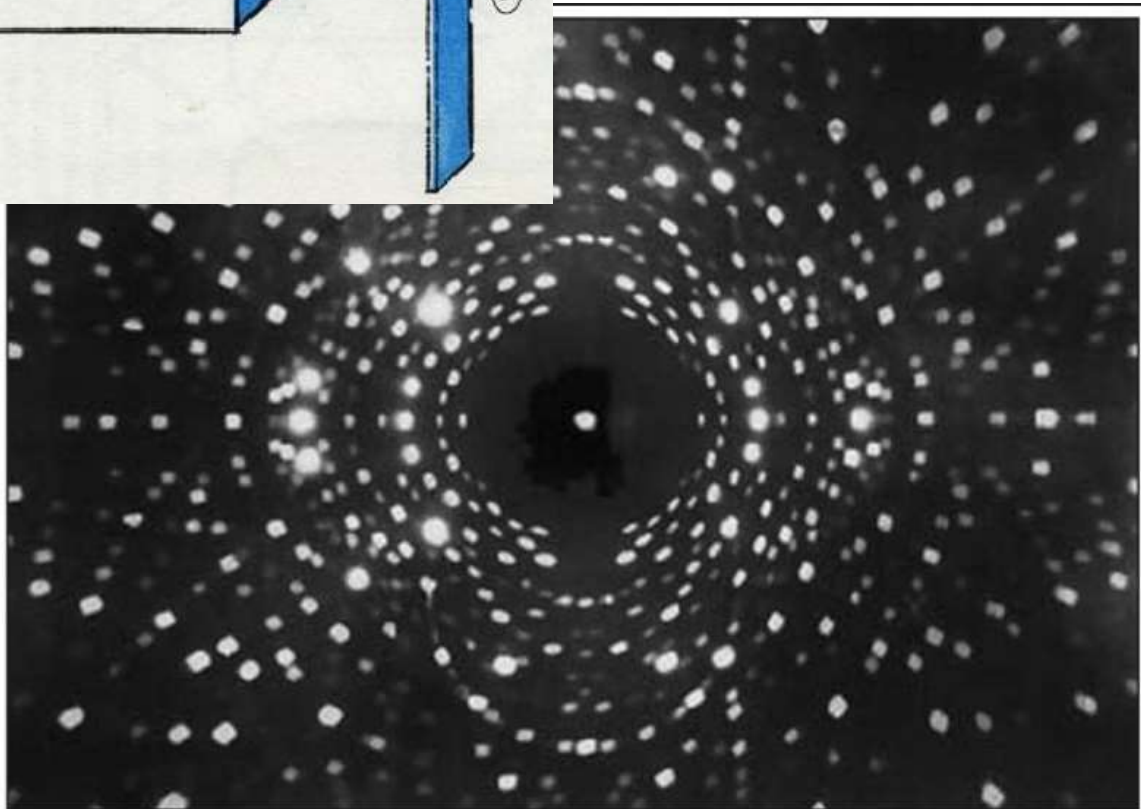
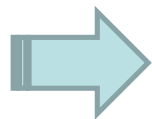




# Дифракция на кристалле

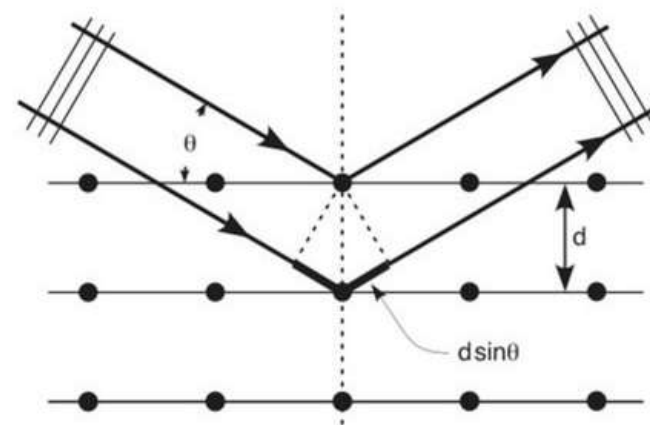


“Лауэграмма”





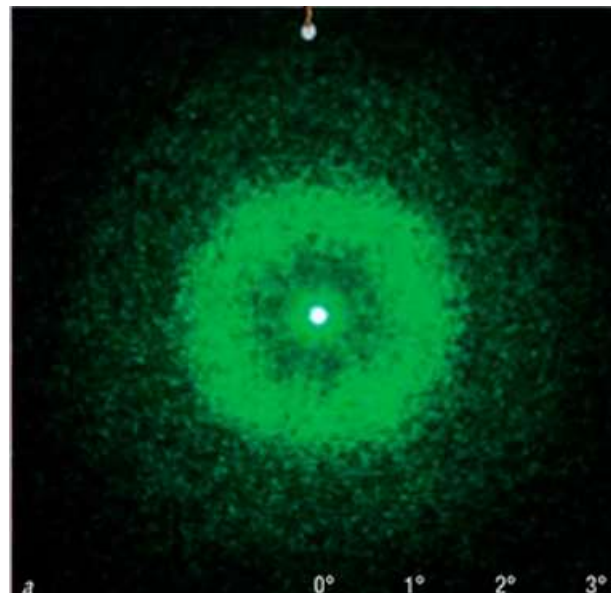
# Дифракция на кристаллической решётке Нобелевская премия Лауэ в 1914



$$2d \cdot \sin \theta = m\lambda$$

Формула Вульфа – Брэгга

Дифракция на  
ликоподии  
Аморфное “галло”



# Доска 1

$b \cdot \sin \varphi^{(min)} = \pm m' \cdot \lambda$  ← 2л. min  
 $m' = 1, 2, \dots$

$I^{(k)} = 0$

номер  $k$   
 ширины

$d \sin \varphi^{(max)} = \pm m \cdot \lambda$   
 $m = 0, 1, 2, \dots$   
 $k = N$

$I^{(j)} = 0$

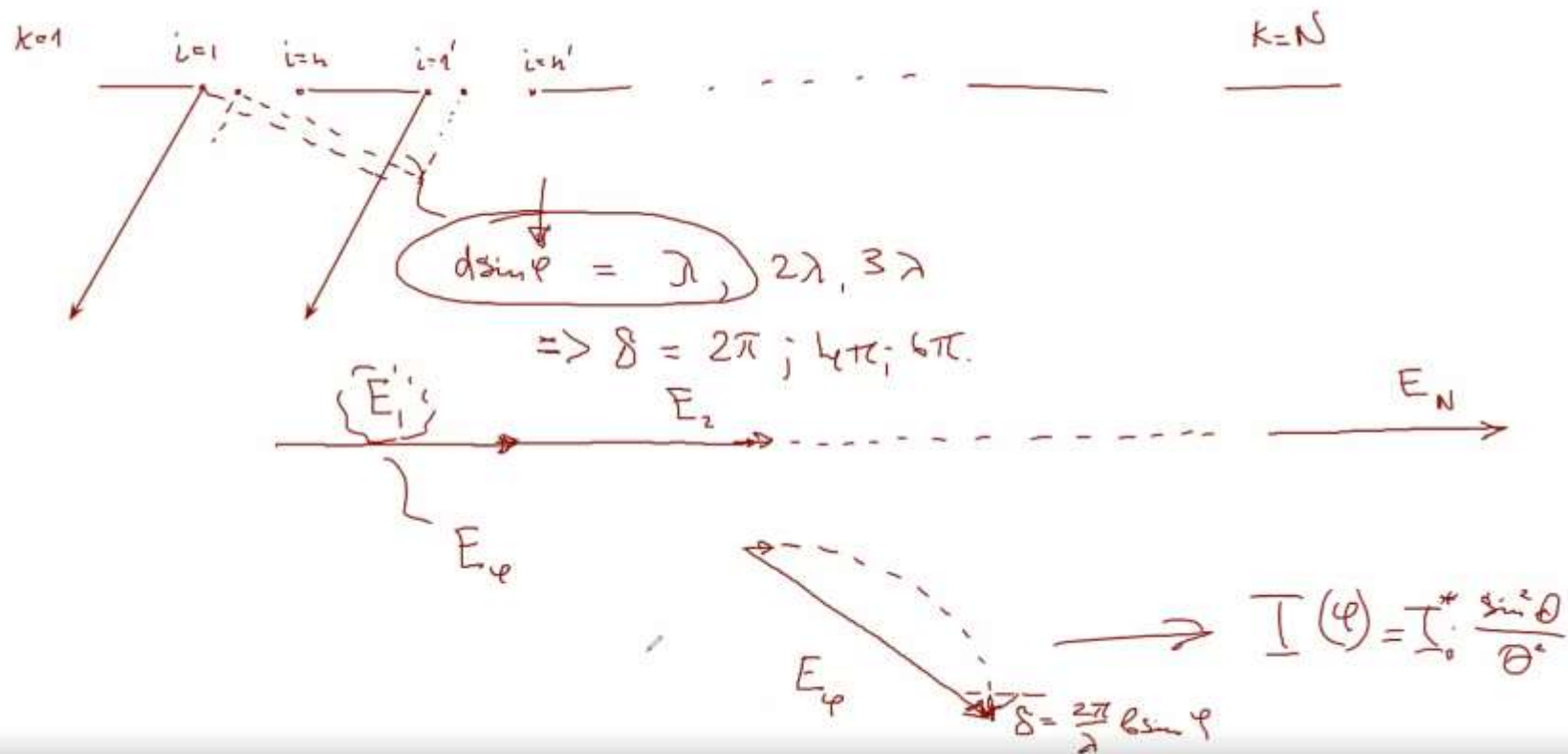
$\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$

$N \cdot E_\varphi$

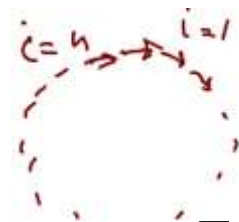
$E_\varphi^{(1)} \quad E_\varphi^{(2)} \quad E_\varphi^{(N)}$

результат —  $I(\varphi) = N^2 \cdot I_1(\varphi)$

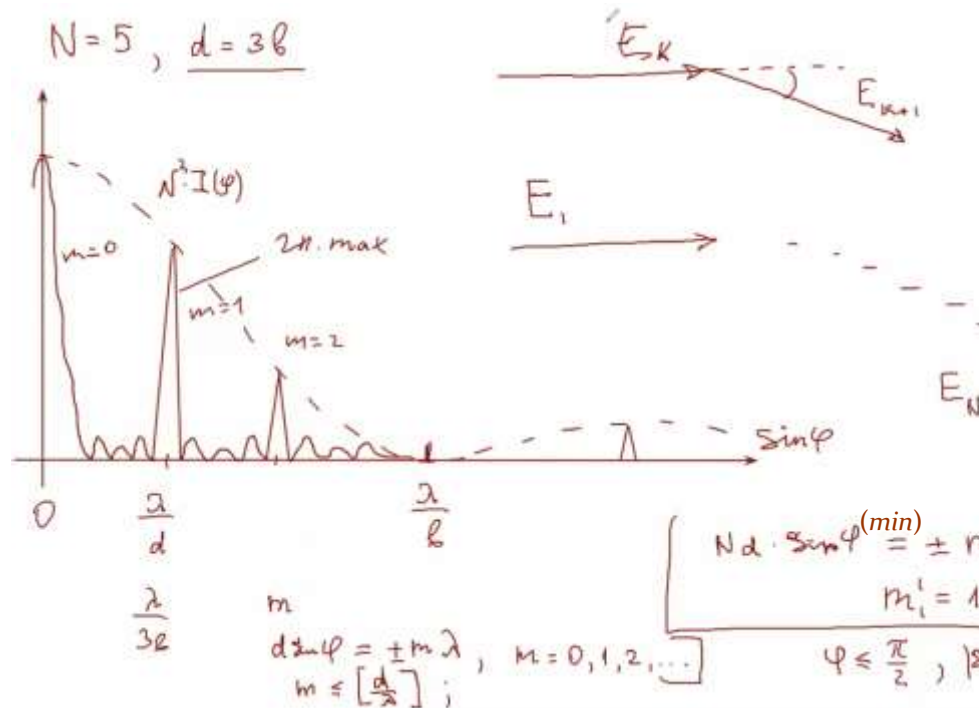
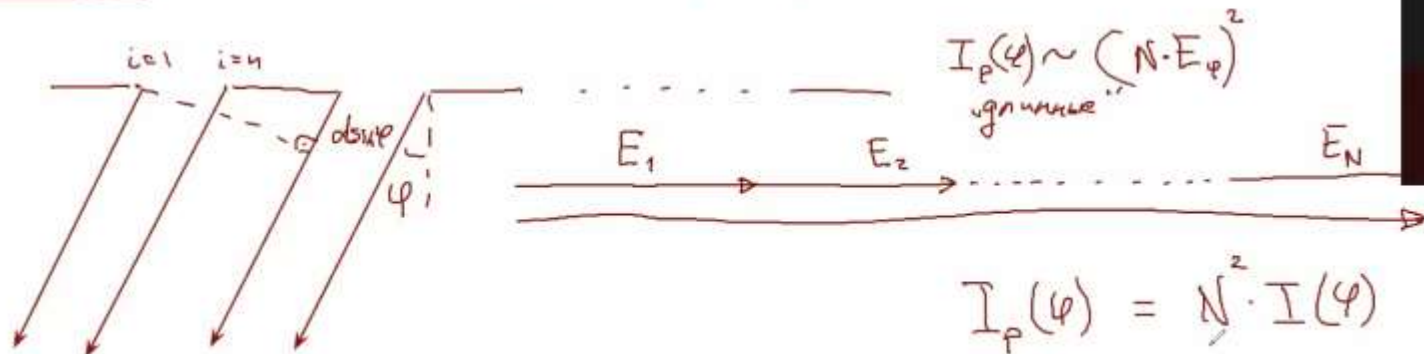
## Доска 2

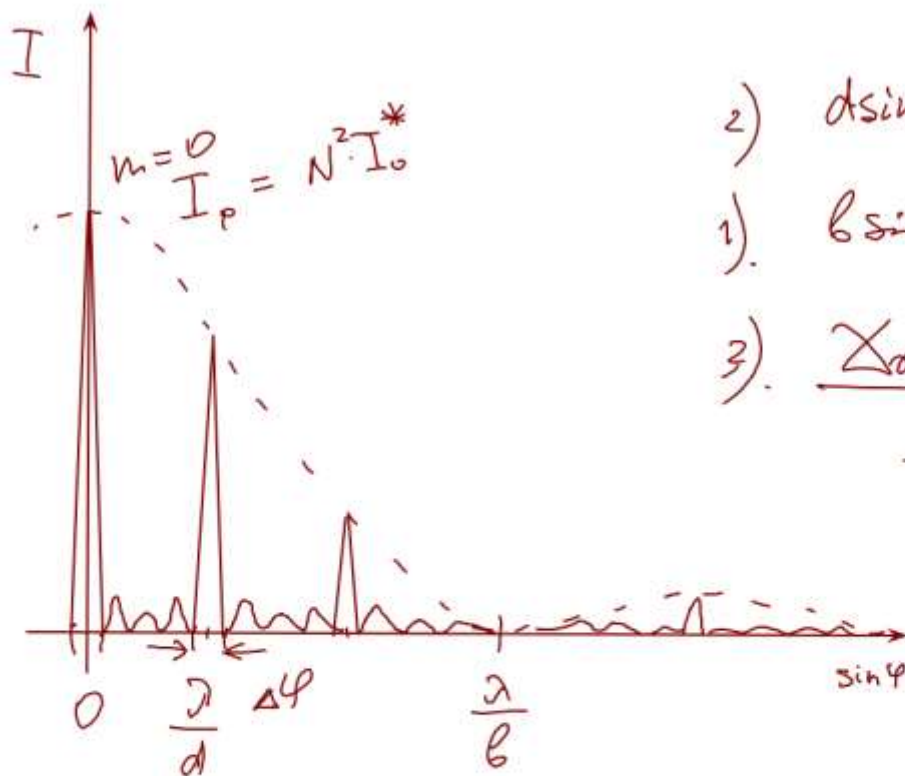


$I_{\lambda, \min}$  :  $\varphi^{(\min)}$  :  $b \cdot \sin \varphi = \pm m' \cdot \lambda$  ,  $m' = 1, 2, 3, \dots$



$I_{\lambda, \max}$  :  $d \cdot \sin \varphi = \pm m \cdot \lambda$  ,  $m = 0, 1, 2, \dots$

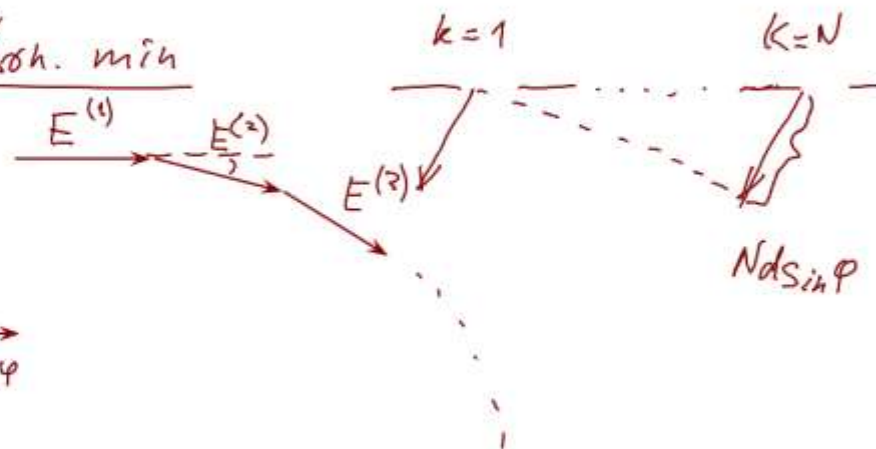




$$2) d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, \dots$$

$$1) b \sin \varphi = \pm m' \lambda,$$

$$3) \text{Don. min}$$



$$\rightarrow N d \sin \varphi = \pm m'_1 \cdot \lambda$$

$$m'_1 = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots$$

$$\Delta \varphi = \frac{2\lambda}{Nd}$$

Don. min

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, \dots$$

$$\varphi \leq \frac{\pi}{2} \rightarrow |\sin \varphi| \leq 1$$

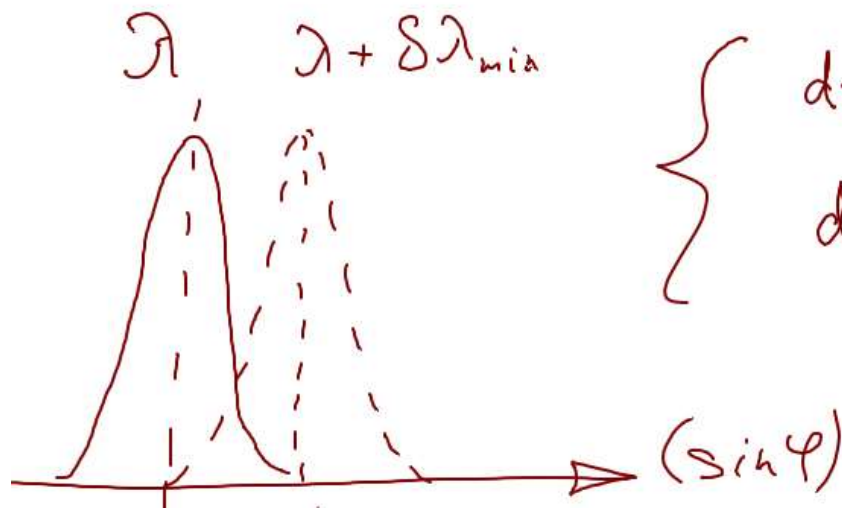
$$m \leq \left[ \frac{d}{\lambda} \right]$$

целая часть

(в центре)

Пример:  $d = 3b$ ;  $N = 5$

## Доска 5



$$\left\{ \begin{array}{l} d\sin\varphi = m \frac{\lambda}{N} + \frac{\lambda}{N} \quad \leftarrow \underline{\underline{\text{гол. мин}}} \\ d\sin\varphi = m(\lambda + \delta\lambda_{\min}) \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{2n, max} \\ \lambda + \delta\lambda \end{array} \end{array} \right.$$