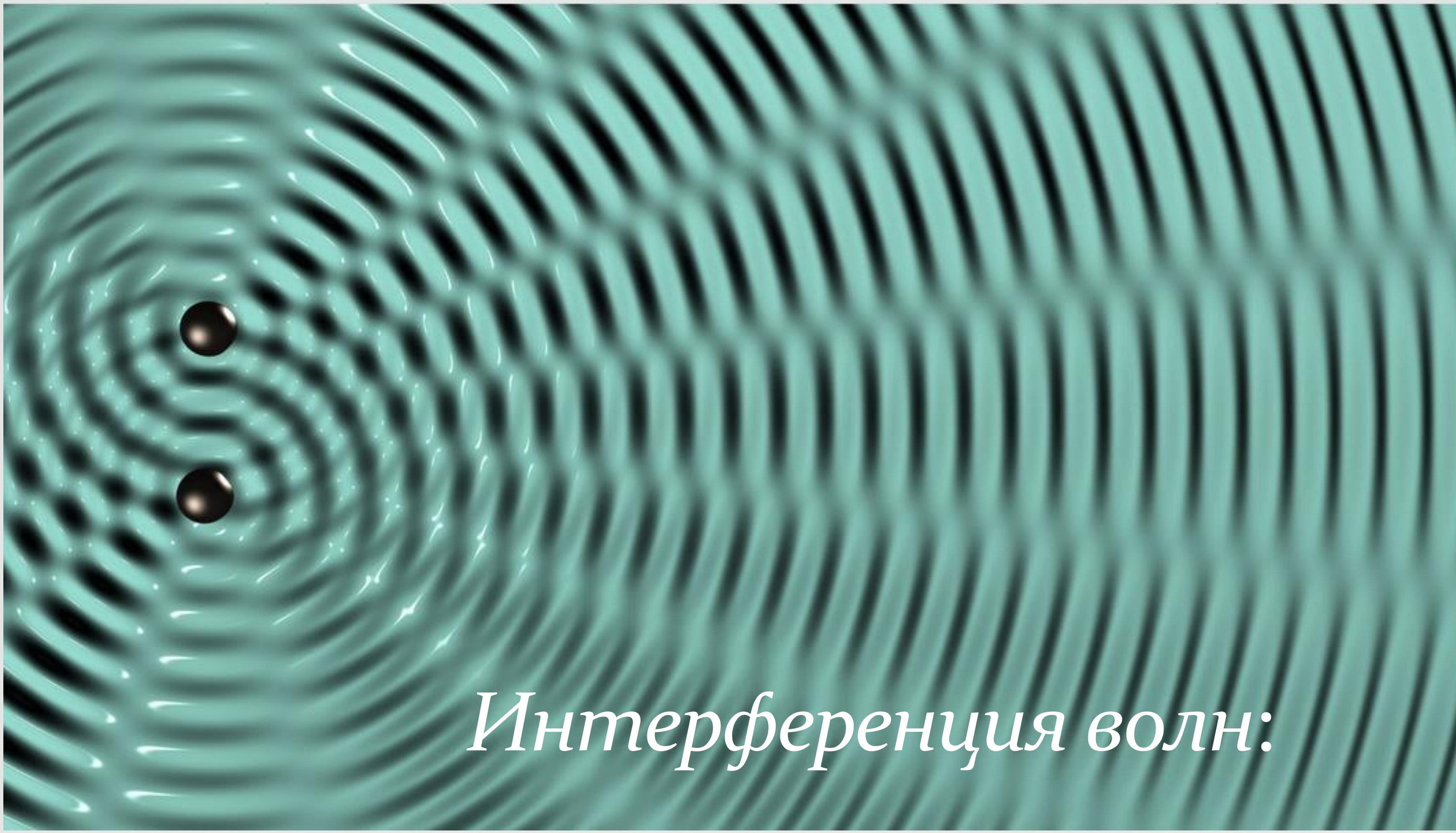
Часть II. *Волновая оптика*

Лекция 9. Интерференция света
Когерентность

Интерференционная картина



- (***Опр.***) *Интерференцией волн называется сложение волн с образованием* ***устойчивой во времени*** *интерференционной картины – чередованием максимумов и минимумов результи-рующих колебаний в различных точках пространства*

§ 2. Интерференция света. Схема Юнга

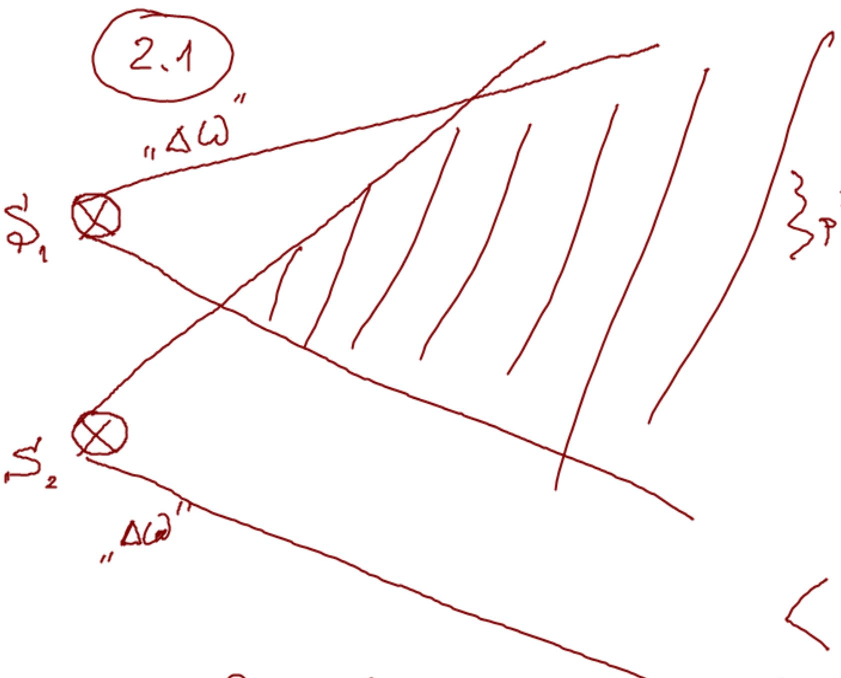
- “Кто бы мог подумать, что свет слагаясь со светом, может вызвать мрак …”

Франсуа Араго

2.1. Проблемы когерентности (*почему со светом всё сложнее?*)

$$I_p = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cdot\cos\delta$$

Только случай $I_p \neq I_1 + I_2$ – *"интерференция"!!*



$\xi_p = \xi_1 + \xi_2$, но

Нет инт-й картины

$\Leftarrow$ Не когерентны (?)

$\langle \cos\delta \rangle = 0$, $I_p = I_1 + I_2$

$\delta = \delta(x, y)$, но не t

Идеально когерентны (источники) $\begin{cases} \text{а). } \omega_0,\ \varphi_{0_{1,2}} \neq f(t); \\ \text{б). точечные.} \end{cases}$

„Степень когерентности"

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

2.2. Интерференционная схема Юнга *(опыт Юнга, 1801 – 1803 г.)**)

Т. Юнг – оптик, механик, астроном, врач, востоковед, филолог, … -
… «последний человек, который знал всё» Э. Робинсон

*Т. Юнг (1803 г.): «**интерферируют только две части одного и того же света**»*

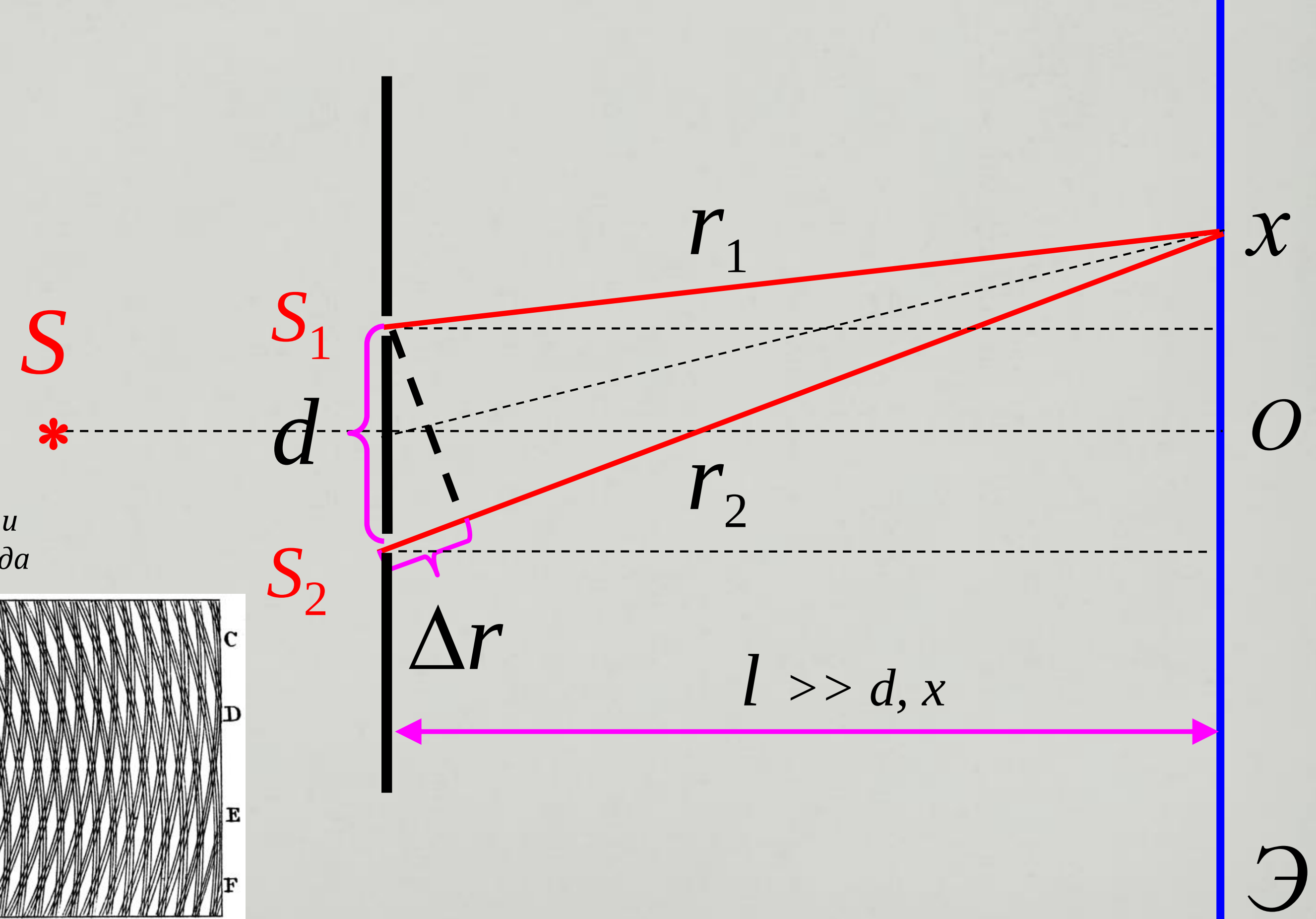
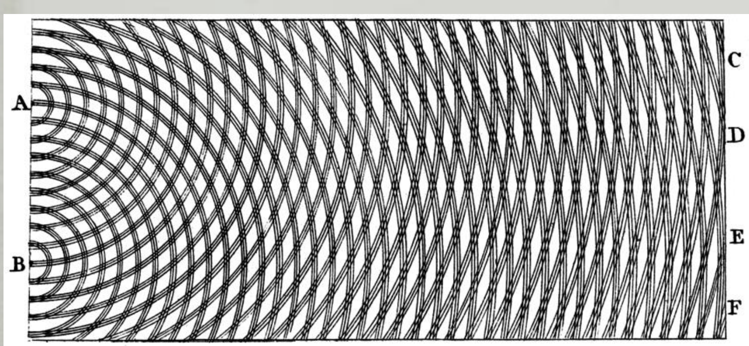


Иллюстрация Т. Юнга к его лекции в Королевском обществе 1803 года



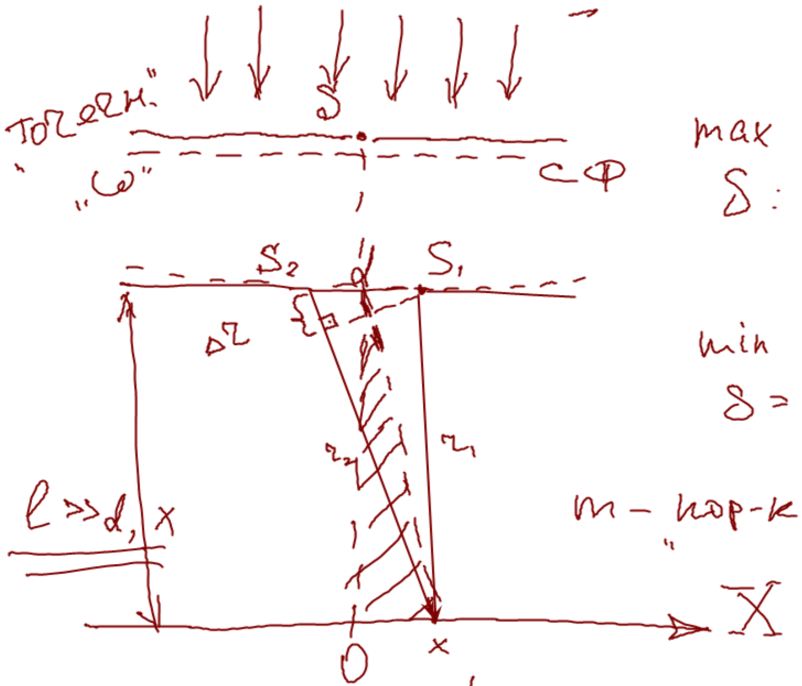
*) «Опыты и проблемы по звуку и свету» (1899 г.)
1801—1803: «Теория света и цветов», «Опыты и исчисления, относящиеся к физической оптике».

2.3. Положение максимумов и минимумов. Ширина интерференционной полосы

Доска

$\ell \gg d$: $\frac{\Delta z}{d} = \frac{x}{\ell}$; $\boxed{\Delta z = \frac{d}{\ell}\cdot x}$

$\Delta z \leftrightarrow x$



max

$\delta: 0, \pm 2\pi, \ldots \pm 2m\pi$; $\boxed{x^{(max)} = \pm m\cdot\frac{\ell}{d}\cdot\lambda}$

$\Delta z = \pm m\lambda$ $\quad m = 0, 1, 2, \ldots$

min

$\delta = \pm(2m+1)\pi \Rightarrow \Delta z = \pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$,

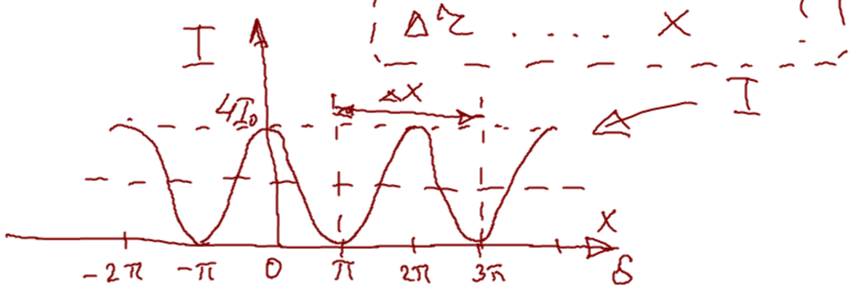
$\boxed{x^{(min)} = \pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\ell}{d}\cdot\lambda}$.

m – „пор-к интерференции"

„Ширина инт. полосы":

$\boxed{\Delta X = \frac{\ell}{d}\lambda}$

λ – ?



$$x^{(\max)} = \pm m\frac{l}{d}\lambda,$$

Положение максимумов, $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

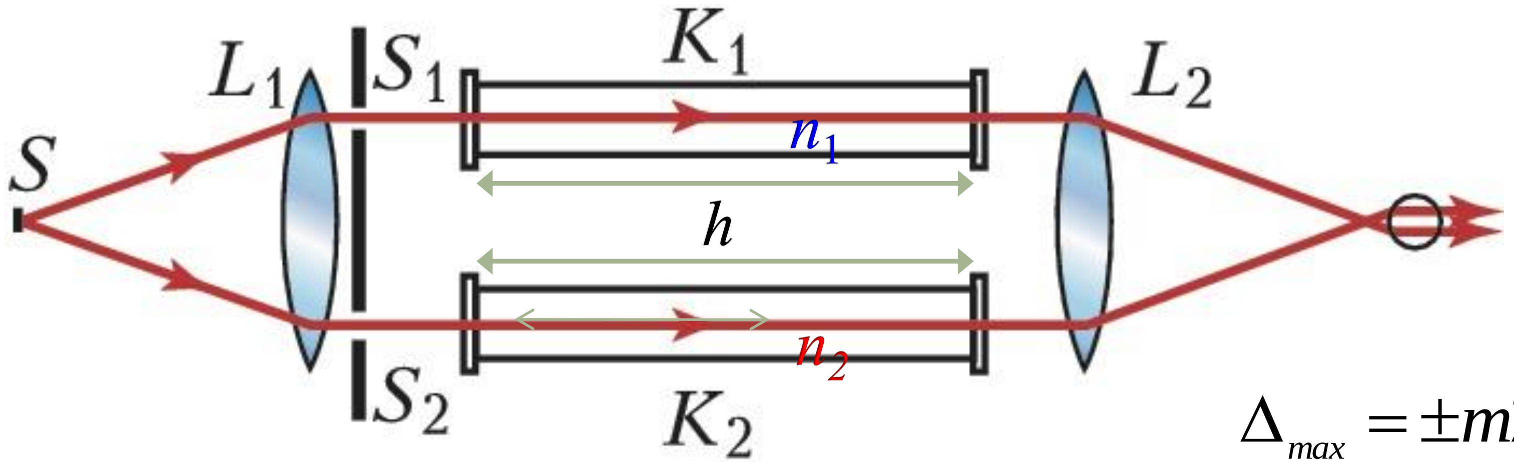
$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda$$

Ширина интерференционной полосы

2.4. Оптическая разность хода. Рефрактометрия

Ещё раз: $x_{max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda,$ $\Delta x = \frac{l}{d} \lambda$

Положение максимумов, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ *Ширина интерференционной полосы*



$$\Delta_{max} = \pm m\lambda$$

Интерферометр Рэлея

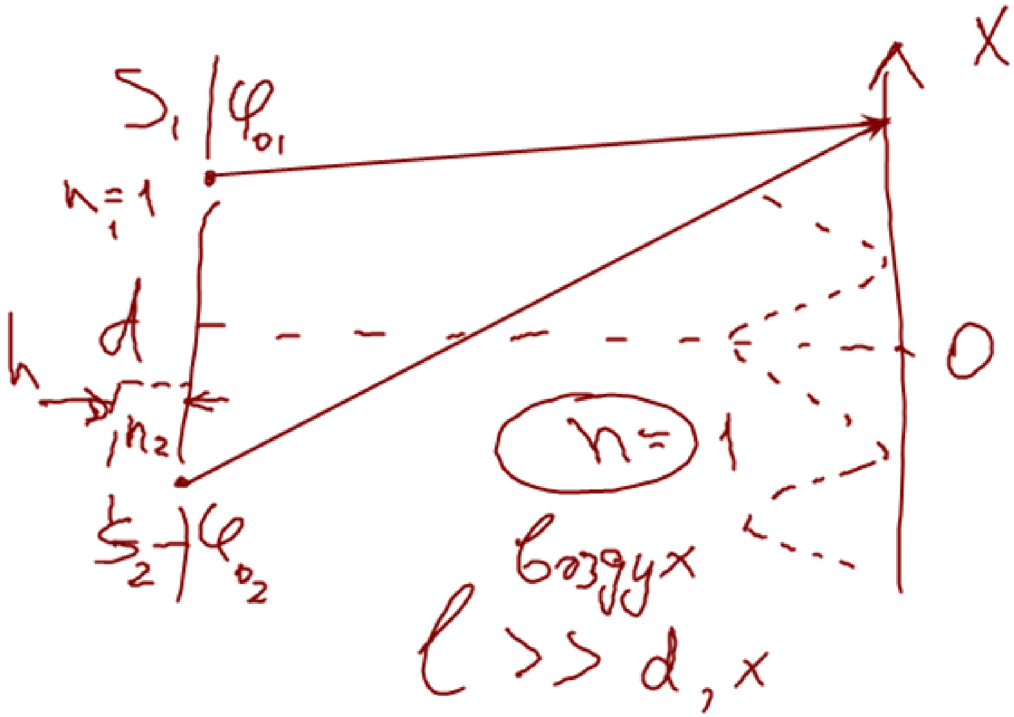
$$\Delta = (n_2 - n_1)h$$

Изменяется n_i $\Rightarrow$ изменяется Δ $\Rightarrow$ смещаются полосы

Измеряем – n_i ⇒ рефрактометрия

2.4. Оптическая разность хода. Рефрактометрия

Пример: Задача 8.7



$x^{max} = \pm m \frac{l}{d}\lambda$;

а) $\varphi_{01} = \varphi_{02} \Rightarrow \Delta = \Delta r \cdot \cancel{n}^{\,1}$

$(\Delta_0 = 0)$ $\quad x_0^{(\max)} = 0$

б) $\varphi_{02} \neq \varphi_{01}$ $\quad \Delta_0' = h \cdot n_2 - h = h(n_2 - 1)$

$x_0^{(\max)} \neq 0$

$$\Delta_0' = (n_2 - 1)h$$

Где теперь $\left[x_0^{(\max)}\right]'$ **??**

Там, где $\Delta_{x0}' = 0$ или $\Delta_0 + \Delta r = 0:$ $\quad (n_2 - 1)h + \frac{d}{l}\left[x_0^{(\max)}\right]' = 0$

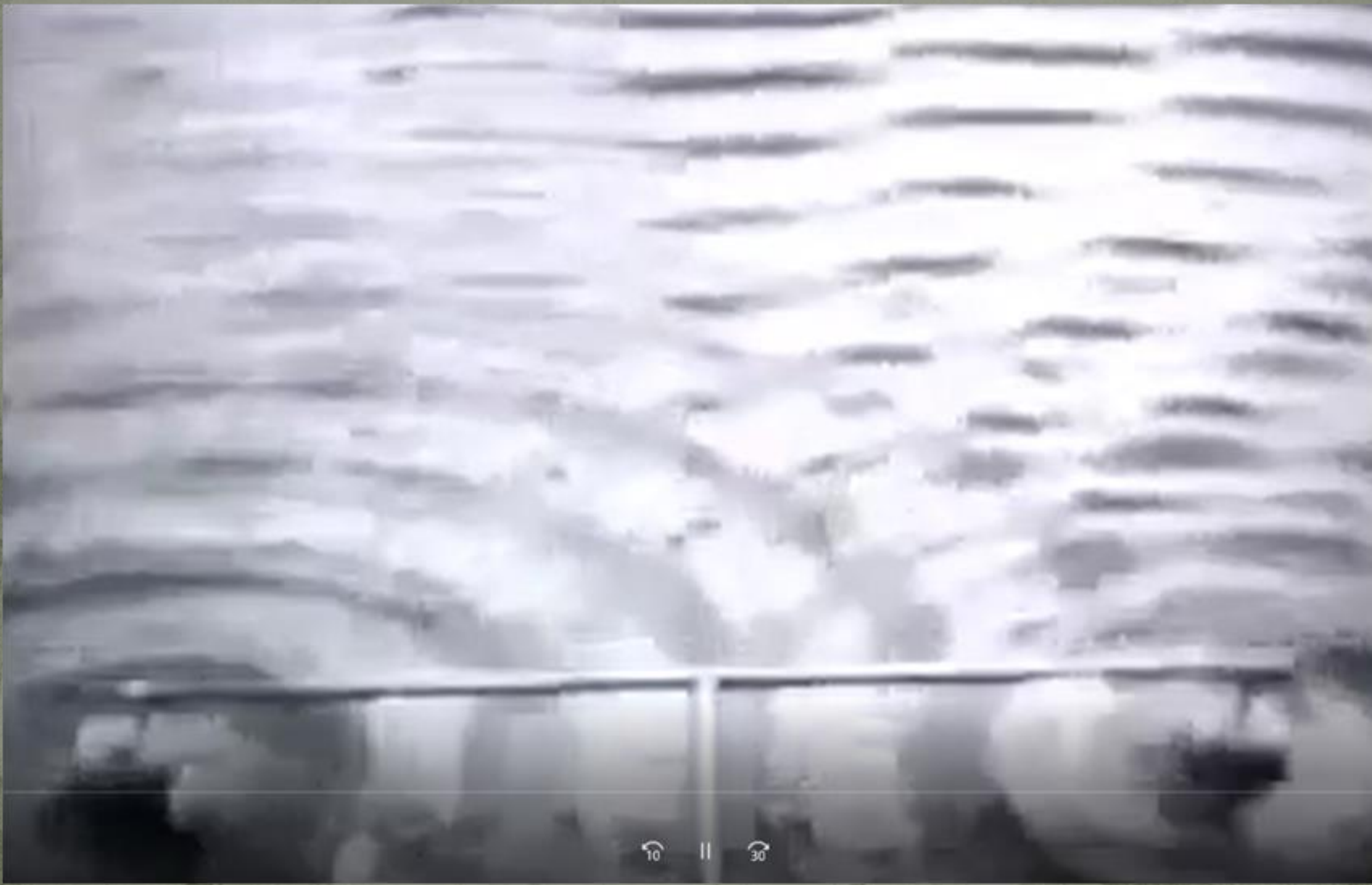
$$\left[x_0^{(\max)}\right]' = -\frac{l}{d}(n_2 - 1)h$$

$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda$

На сколько «полос» сместится картина?

$$\Delta N = \frac{(n-1)h}{\lambda_0}$$

Антракт



§ 3. Степень когерентности.

Временнáя и пространственная когерентность. (поправки на реальность)

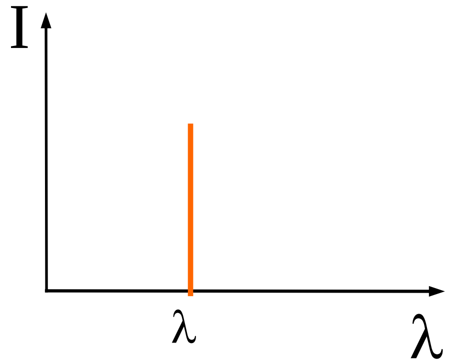
(**Rem 2.1:** **Проблемы когерентности** (или *почему со светом всё сложнее*?))

3.1. Влияние немонохроматичности. Временнáя когерентность

(**“длина когерентности”**)

Спектр излучения ??

Монохроматический – «Идеальный»



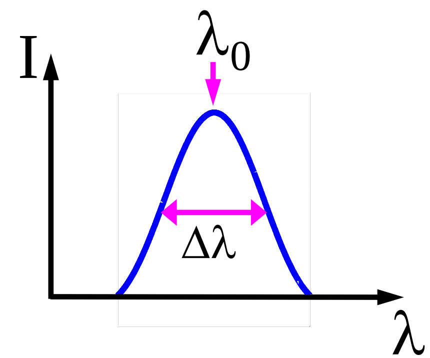
Спектр “*а*”

“Полная” когерентность:

δ = const (в данной точке!) $\delta = \delta\,(x,y,z,$ **но не от *t* !**)

“Видность” (контраст) = 100%

Немонохроматический – «Реальный»



Спектр “*б*”

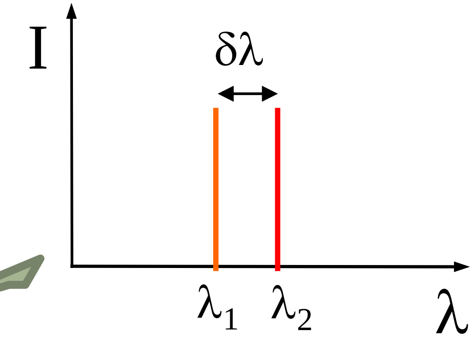
“Частичная” когерентность

Наложение инт. картин **с разными** δ

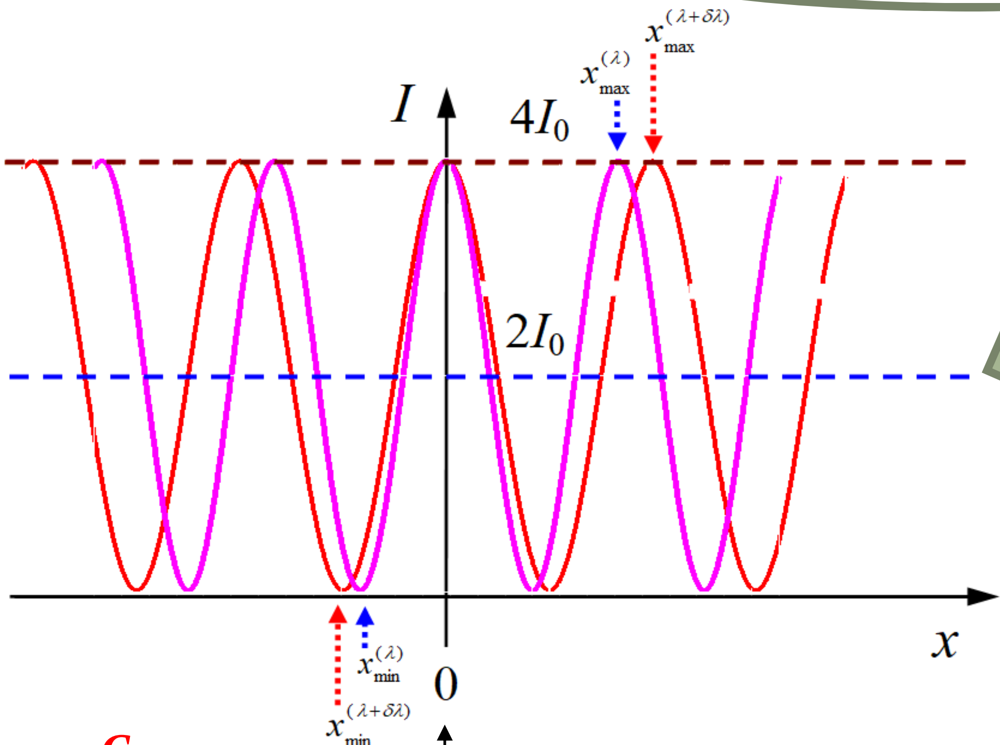
“Видность” (контраст) падает!

Пример 1. **Наблюдаем на экране в точке от двух источников со спектром** (каждый):

$S_1: \lambda$ и $\lambda + \delta\lambda$ (ω и $\omega + \delta\omega$) **и** $S_2: \lambda$ и $\lambda + \delta\lambda$ (ω и $\omega + \delta\omega$)



Спектр "б"



Rem:

$$x_m^{(\max)} = \pm m \frac{l}{d} \lambda$$

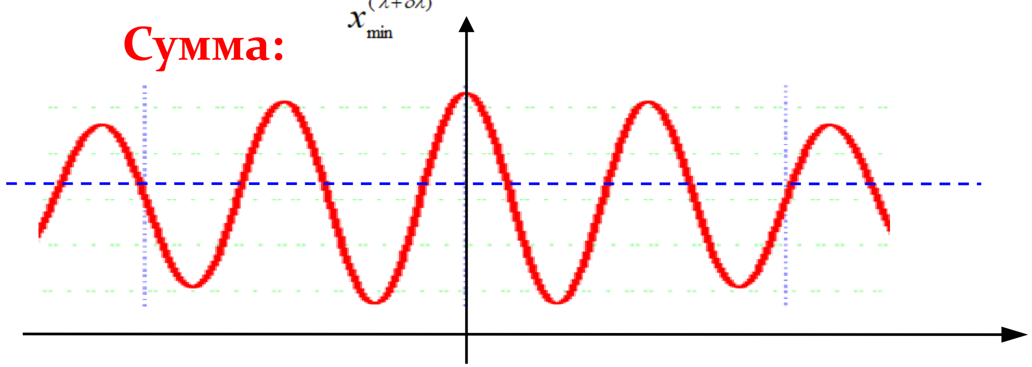
А что увидим ?

"Видность" ≡ контраст :

$$\text{"}Видность\text{"} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Уменьшается ☹

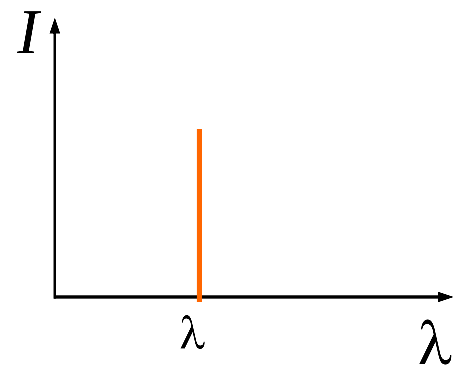
Сумма:



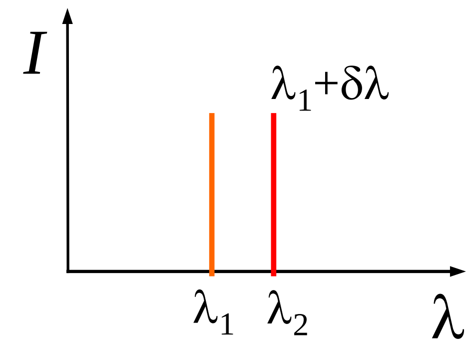
А если "усложнить" спектр ?

1) Временна́я когерентность

Немонохроматичность источника
(ширина спектра излучения $\Delta\lambda$)

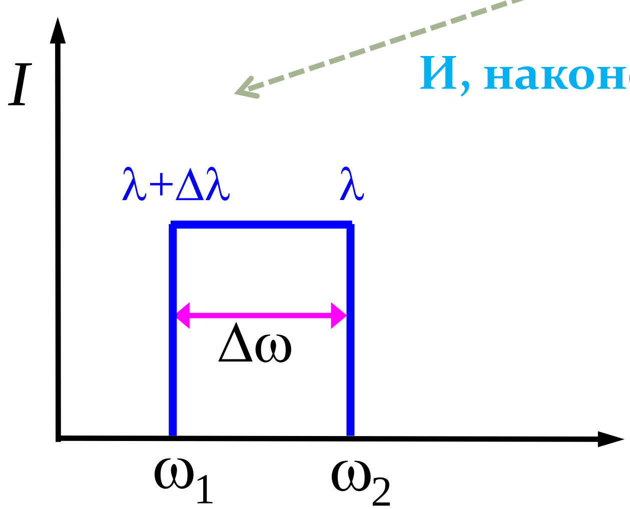


Спектр *"а"*

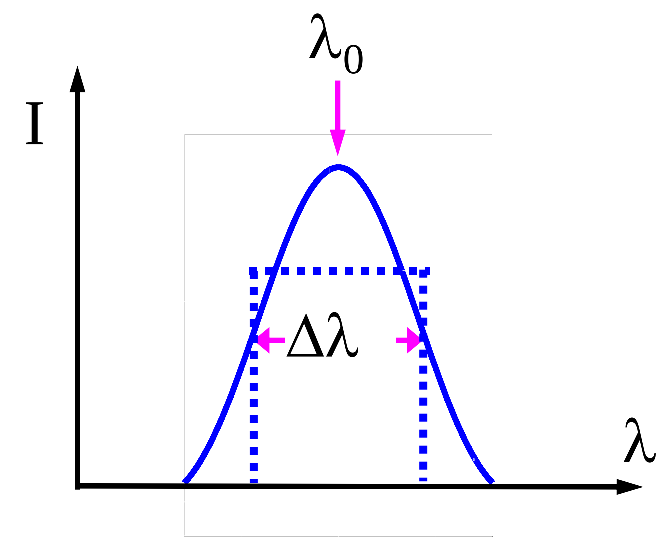


Спектр *"б"*

И, наконец, вот так:



в



г

Критерий потери видности:

“картина” для $\lambda + \Delta\lambda$ «догоняет» “картину” для $\lambda \Rightarrow m^{max}$:

$m^{\max} < \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$ – **“число когерентных колебаний” / “степень монохроматичности”**

В схеме Юнга максимальная о. р. х. : $\Delta^{\max} = m^{max} \cdot \lambda \Rightarrow m^{\max} \cdot \lambda = \dfrac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow$

«длина когерентности»

$$l_{ког} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Вывод: Если $\Delta < l_{ког}$ **, то ещё есть когерентность !**

(видна интерференционная картина)

Итак, фактор 1

1) Немонохроматичность источника ($\Delta\lambda$):

$$l_{ког} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$$\tau_{ког} = \frac{l_{ког}}{c}$$

Временна́я когерентность ??

или: $\tau_{ког} = \dfrac{2\pi}{\Delta\omega}$

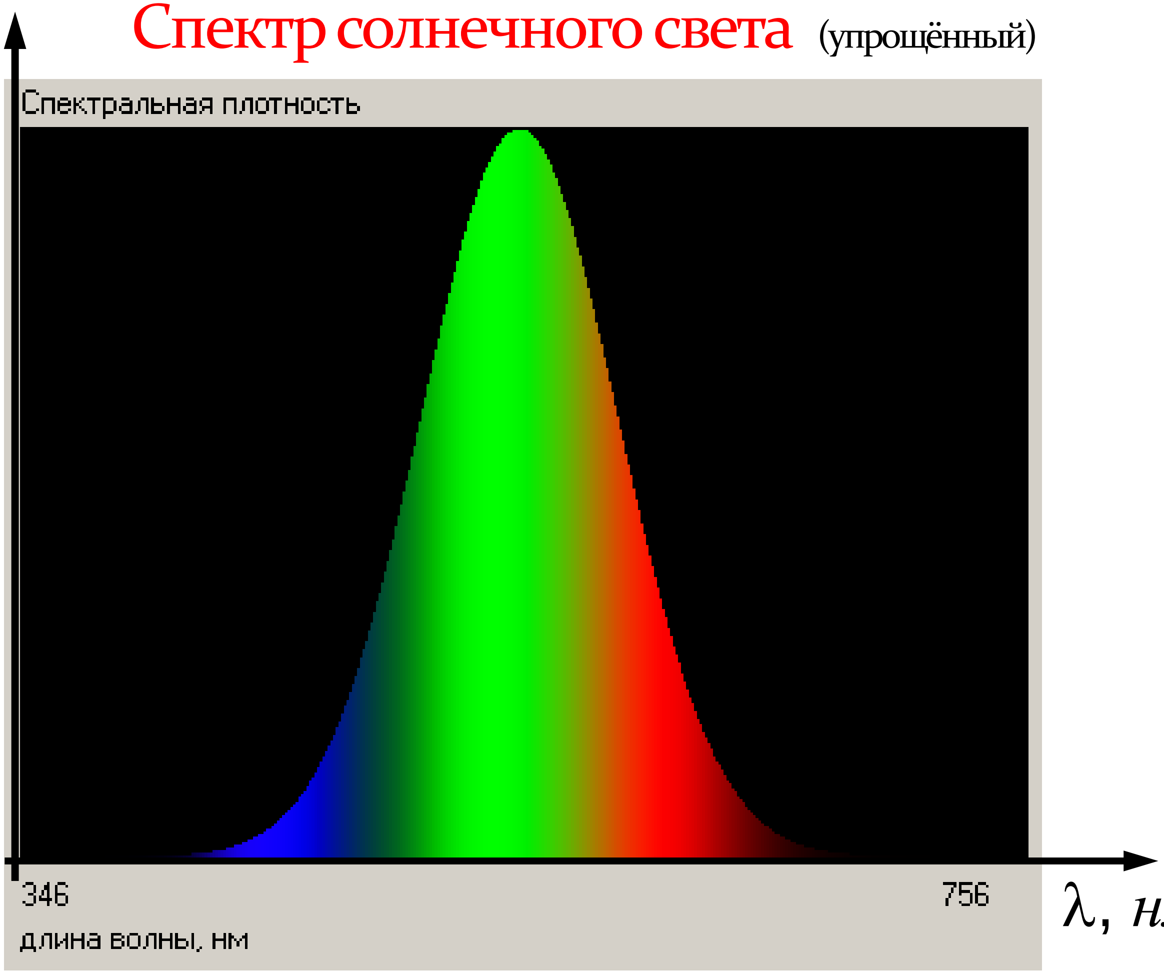
Пример 2

“Солнце”: 400 ÷ 760 *нм* $\Delta\lambda \approx 350$ *нм* $m^{\max} = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda} = \ldots$

$l_{ког} =$ **??** *мкм*

$\tau_{ког} = \ldots$

Спектр солнечного света (упрощённый)



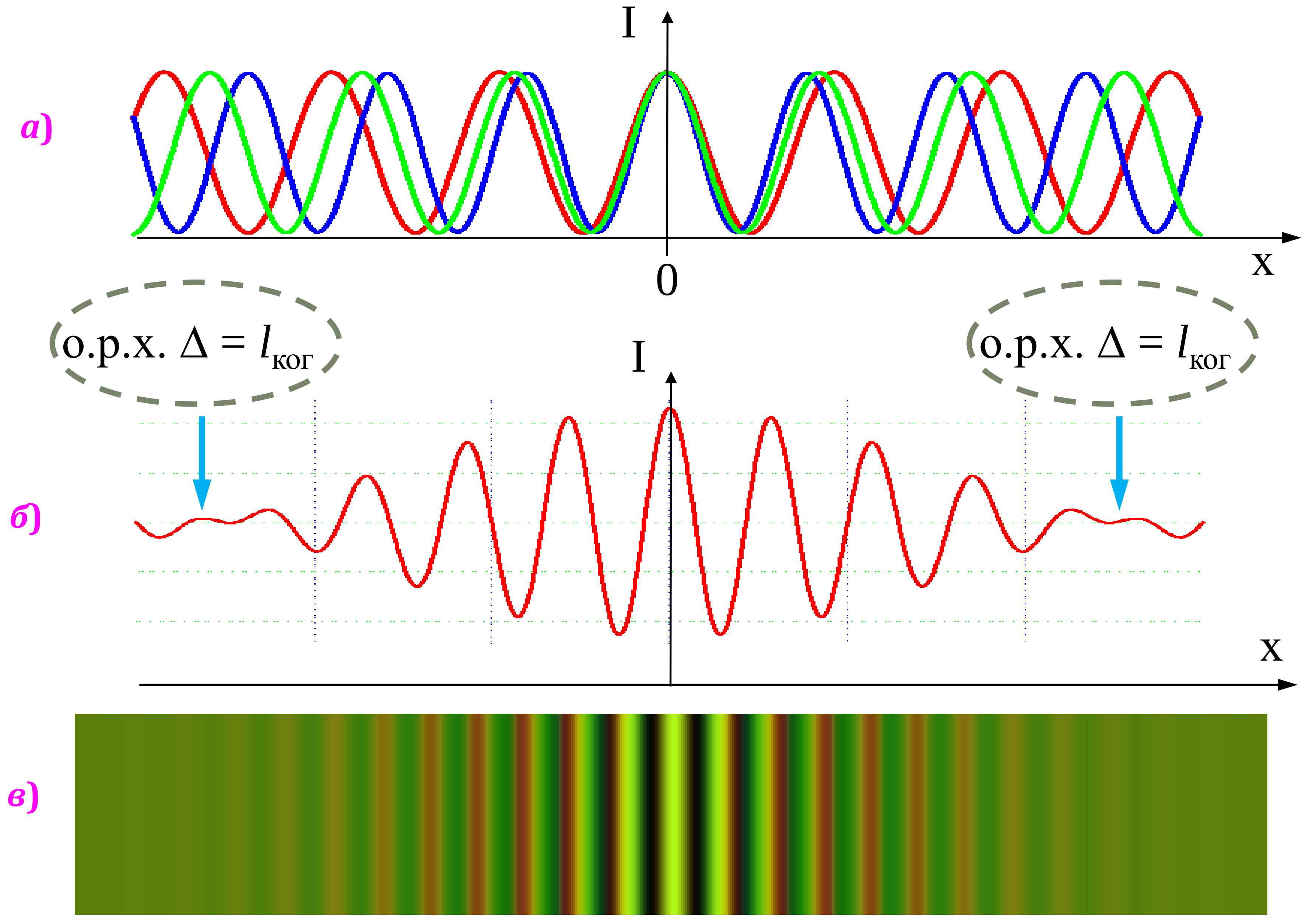
Один цвет:

$\Delta\lambda \approx 50$ *нм*

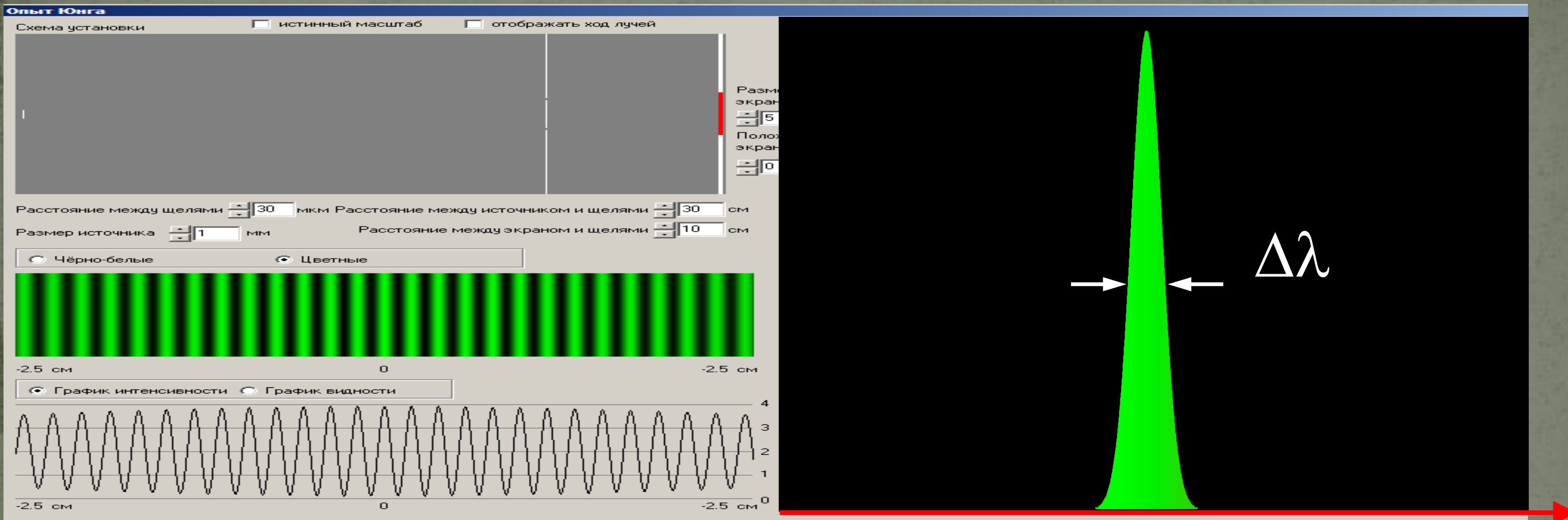
$m^{max} \approx 10$ **!**

$l_{ког} \approx 5$ *мкм*

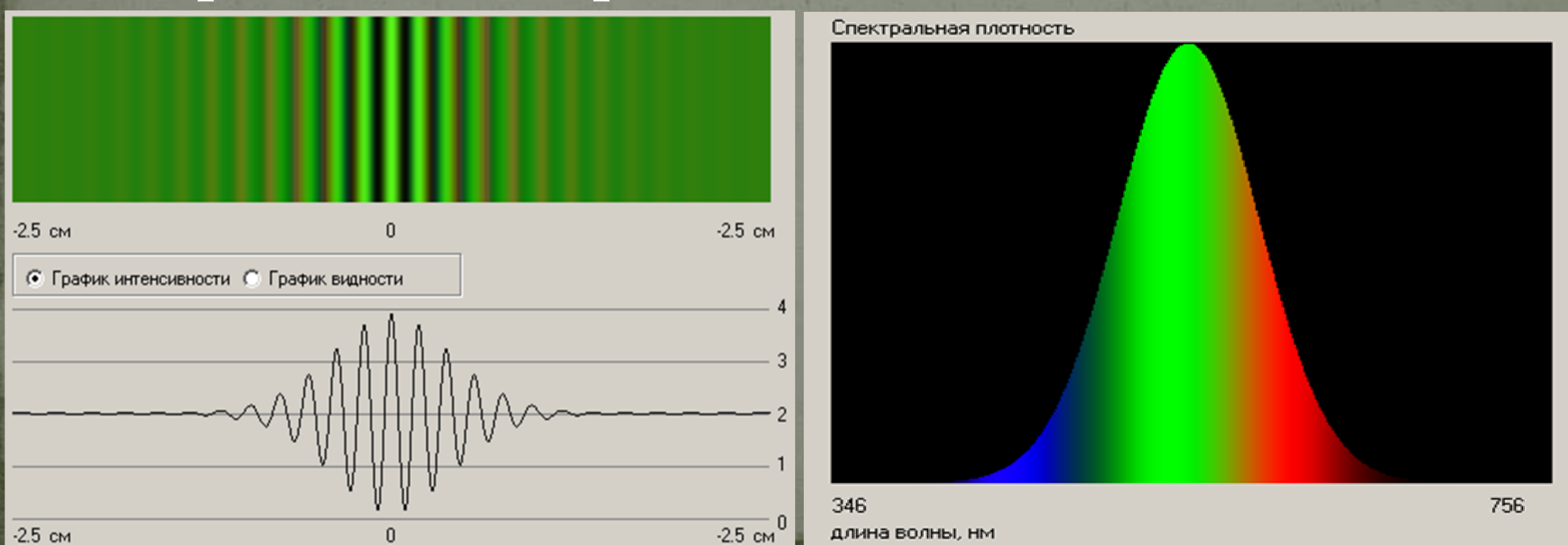
Белый свет – “много линий”



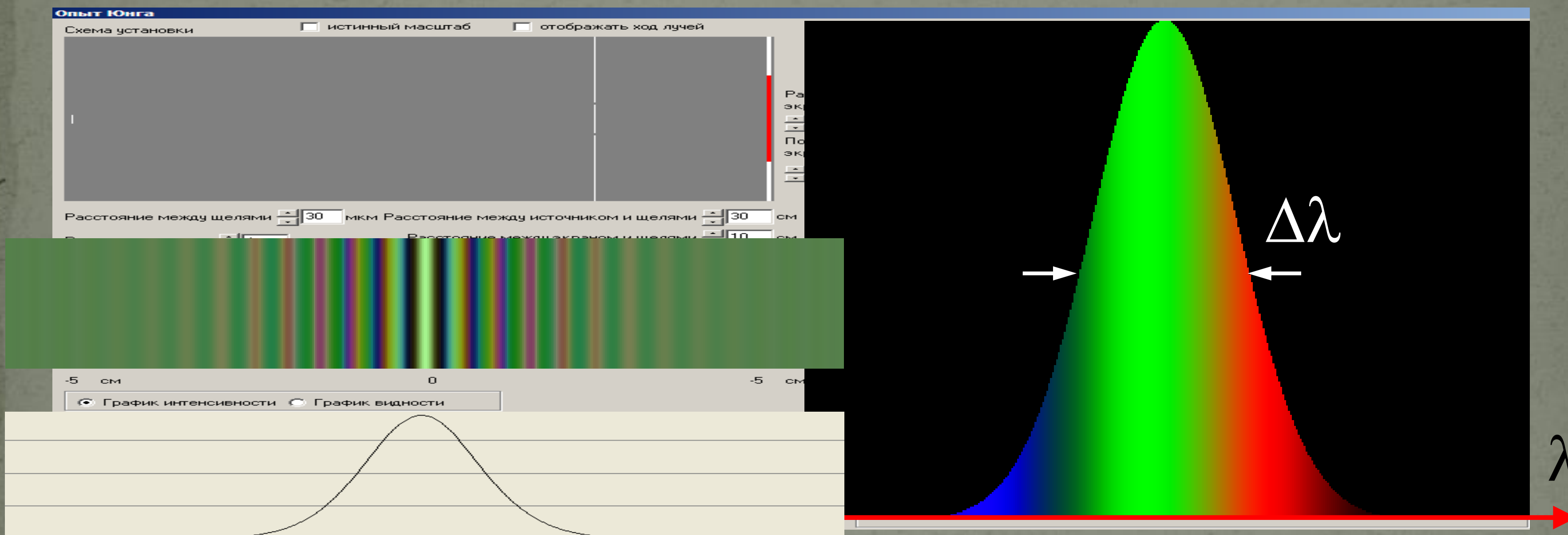
Свет монохроматичен – хорошая «видность»



"Уширение" спектра – «видность» падает



“Белый свет”- видность только за счёт “цветности”



**) Только для «любознательных» - Почему «временна́я» … ??

Пример 2. **Наблюдаем в одной точке от двух источников** $S_1: \omega$ **и** $S_2: \omega + \Delta\omega$

S_1 : $E_1 = E_0 \cos(\omega t - \varphi_1)$

S_2 : $E_2 = E_0 \cos[(\omega + \Delta\omega)t - \varphi_2]$

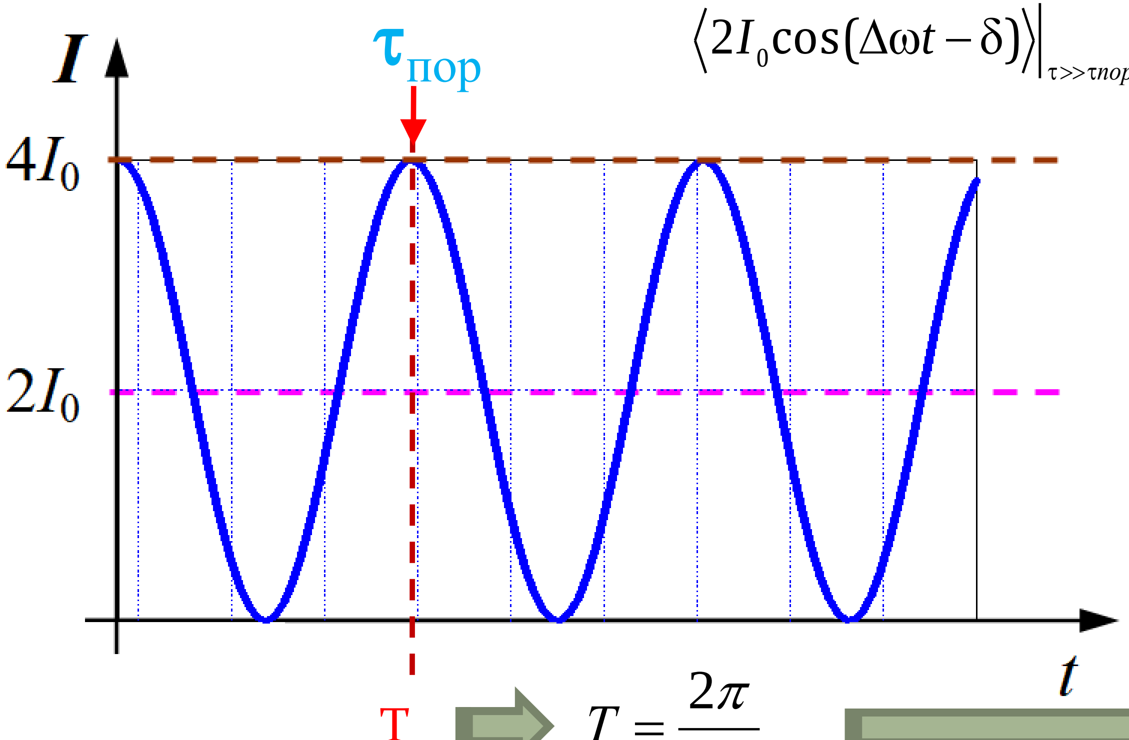
$(\varphi_2 - \varphi_1) = \delta$ – учёт разности хода и начальных фаз

Метод векторных диаграмм:

$$E_p^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2 \cos[(\omega + \Delta\omega)t - \delta]$$

$$I_p = 2I_0[1 + \cos(\Delta\omega t - \delta)]$$

$$\left\langle 2I_0 \cos(\Delta\omega t - \delta)\right\rangle\Big|_{\tau >> \tau пор} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \cos(\Delta\omega t - \delta)dt = 0$$



$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

$$I_p = I_1 + I_2$$

Нет интерференции

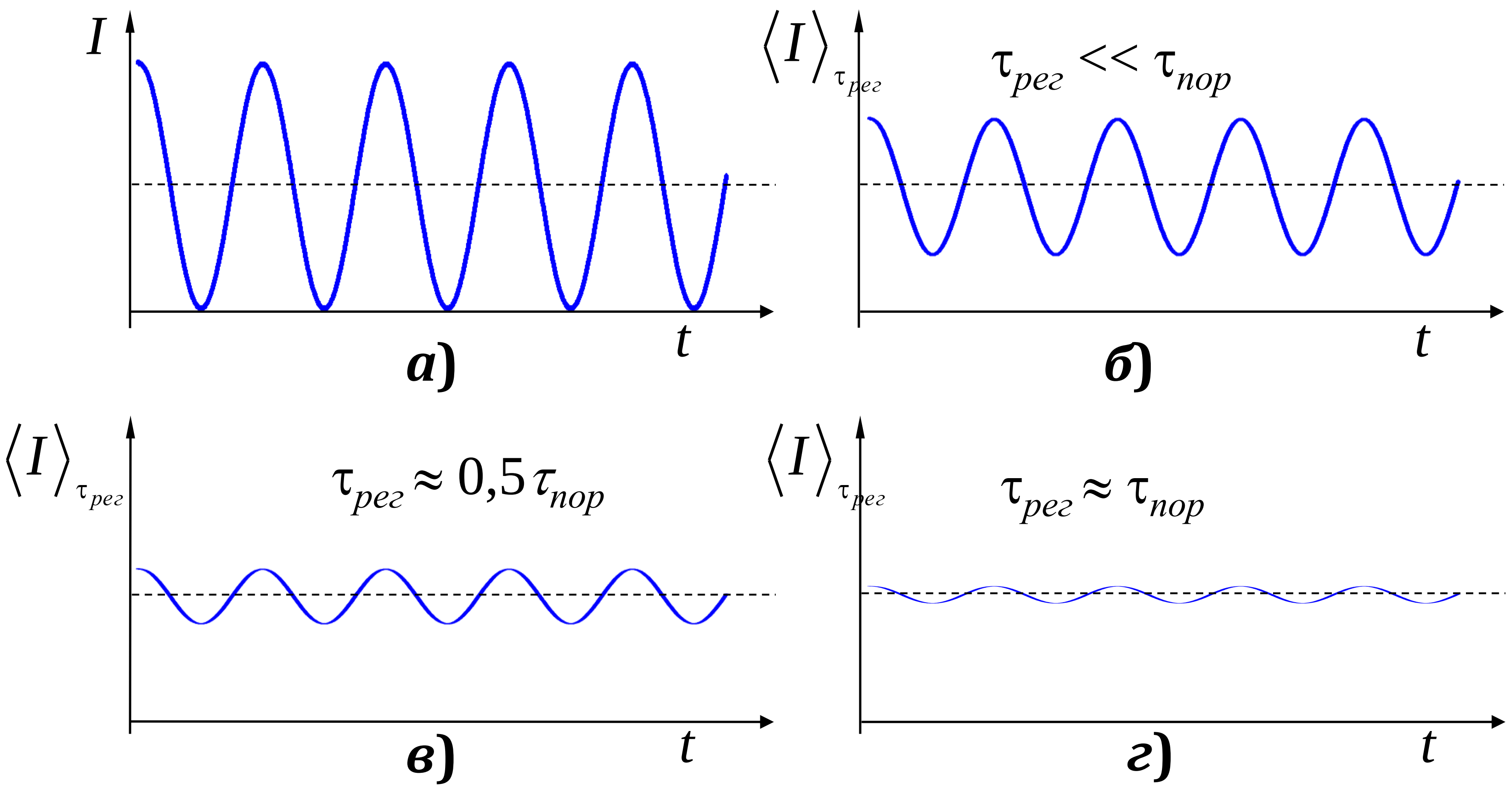
НО

!!?

$$\tau_{пор} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

****) Почему временнáя … ??**

Время регистрации $\tau << T$ - наблюдаем пульсации $I(t)$!

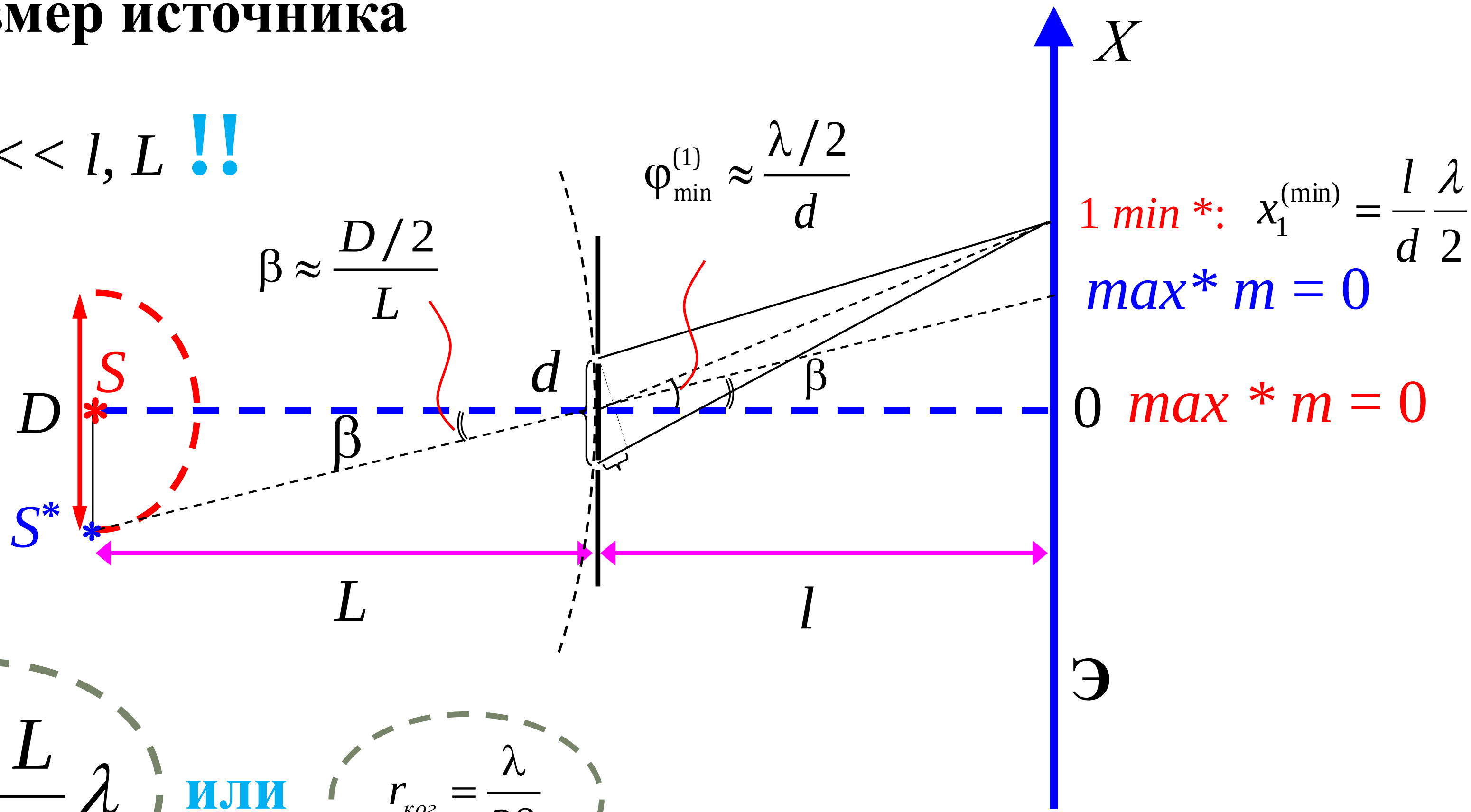


Если $\tau \le \tau_{пор} = \dfrac{2\pi}{\Delta\omega}$ ⇨ $I_p \neq I_1 + I_2$ Интерференция !!

3.2. Влияние размеров источника – пространственная когерентность
(“*Радиус когерентности*”)

D – **размер источника**

$d, D << l, L$ **!!**



$$r_{ког} = \frac{L}{D}\lambda$$ **или** $$r_{ког} = \frac{\lambda}{2\beta}$$

угловой размер источника $2\beta = D/L$

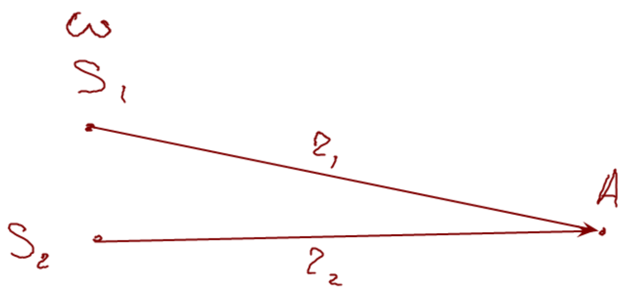
Пример

“Солнце”: $2\beta \approx 0{,}01$ рад

$r_{ког} =$ **??**

$$r_{ког}^{(Солнца)} = \frac{\cdots}{0{,}01} =$$

Доска



$E_p(t) = E_1(t) + E_2(t)$

$E_{0p}^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2\cdot\cos\left[\Delta\omega t - k(r_2-r_1) + \delta_0\right]$

$\Delta\omega \ll \omega$

$\omega t - kr_1 + \varphi_{01}$

$(\omega+\Delta\omega)t - kr_2 + \varphi_{02}$

$\delta = \varphi_{01} - \varphi_{02} = const$

$k(r_2-r_1) = const_2$

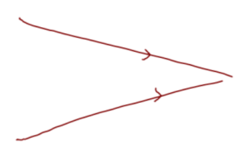
$m\lambda_0 \le \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$

$l_{ког} = \tau_{ког}\cdot c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$; $\Delta^{max} = m\cdot\lambda_0$; $\Delta \le l_{ког} \Rightarrow \boxed{m' = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}}$

$\tau_{ког} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{\cancel{2\pi}}{\frac{\cancel{2\pi}}{T_1} - \frac{\cancel{2\pi}}{T_2}} = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} = \frac{\frac{\lambda_1}{c}\cdot\frac{\lambda_2}{\cancel{c}}}{\frac{\lambda_2}{\cancel{c}} - \frac{\lambda_1}{\cancel{c}}} = \frac{\lambda_0^2}{c\cdot\Delta\lambda}$;

Доска 1′

разность фаз $= \Delta\omega t - \overbrace{k(\underbrace{r_2-r_1}_{\Delta r}) - \delta_0}^{\delta = const}$



$\cancel{\omega t}$

$\cancel{\omega t} + \Delta\omega t$

$\delta_0 = \varphi_{01} - \varphi_{02}$

$E_p^2 = 2E_0^2\left[1 + \cos(\Delta\omega t - \delta)\right]$