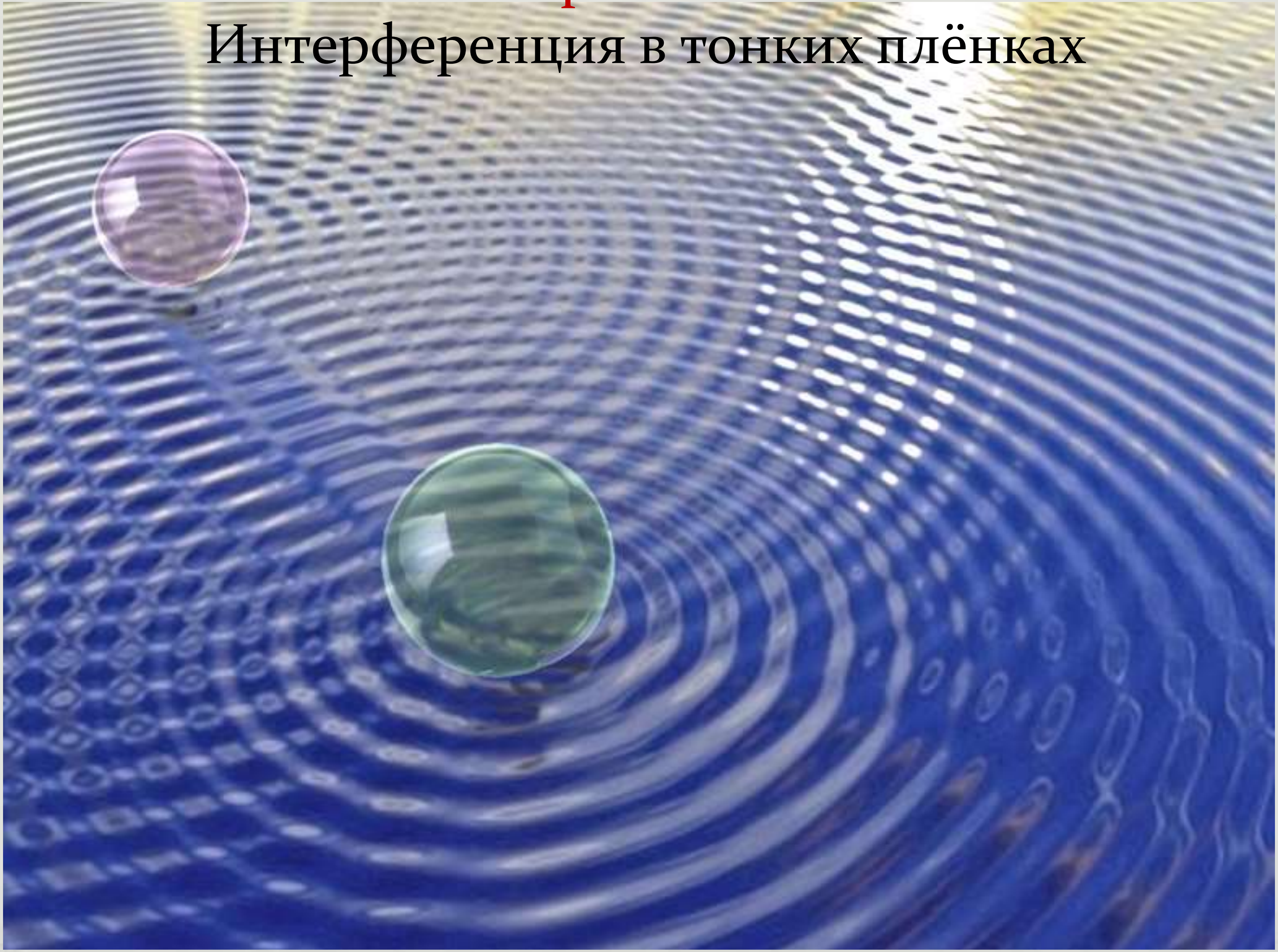
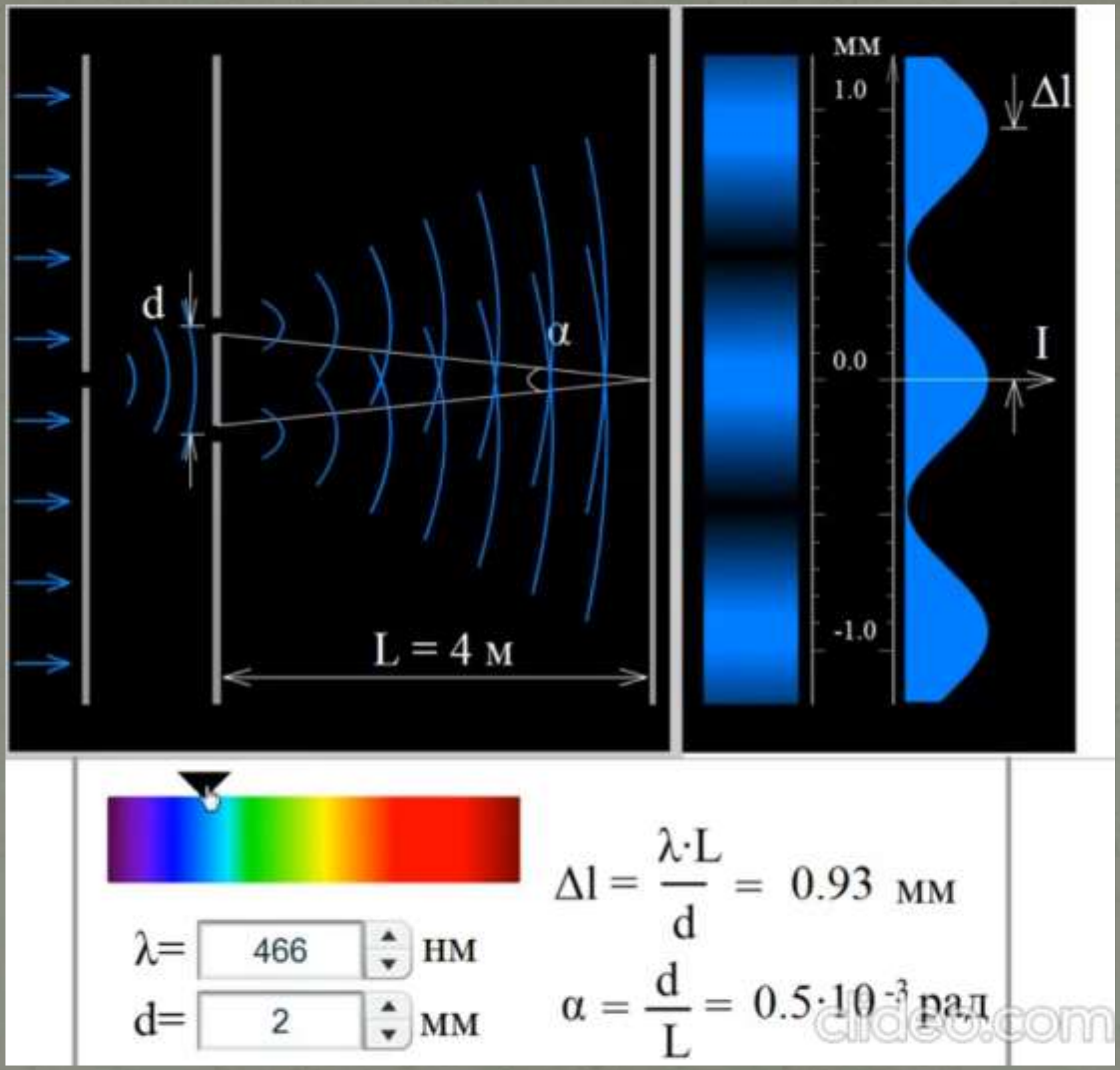
Лекция 9. Временная и пространственная когерентность.

Интерференция в тонких плёнках



Опыт Юнга - анимация



2.4. Оптическая разность хода. Рефрактометрия

Ещё раз:

$$x_m^{(\max)} = \pm m\frac{l}{d}\lambda,$$

Положение максимумов, $m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda$$

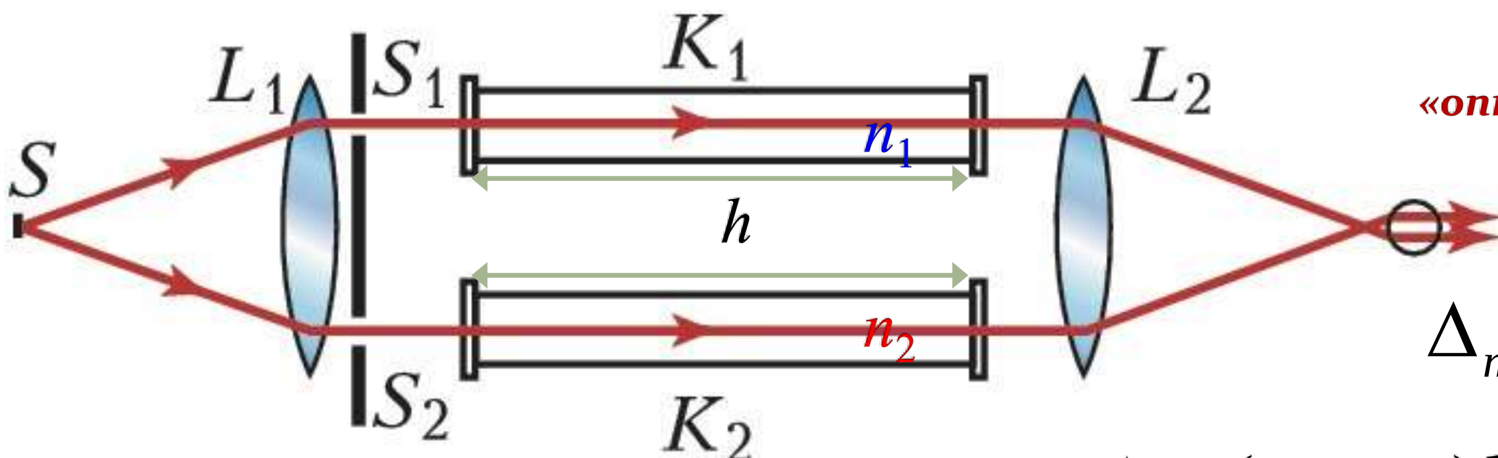
Ширина интерференционной полосы

А какая это длина волны ?? ⇒ **Положение максимумов определяет ОПТИЧЕСКАЯ РАЗНОСТЬ ХОДА Δ !!**

Пример 1: Интерферометр Рэлея

$$\Delta = (\underline{\underline{n_2 r_2}} - \underline{\underline{n_1 r_1}})$$

«оптический путь»



$$\Delta_{max} = \pm m\lambda_0$$

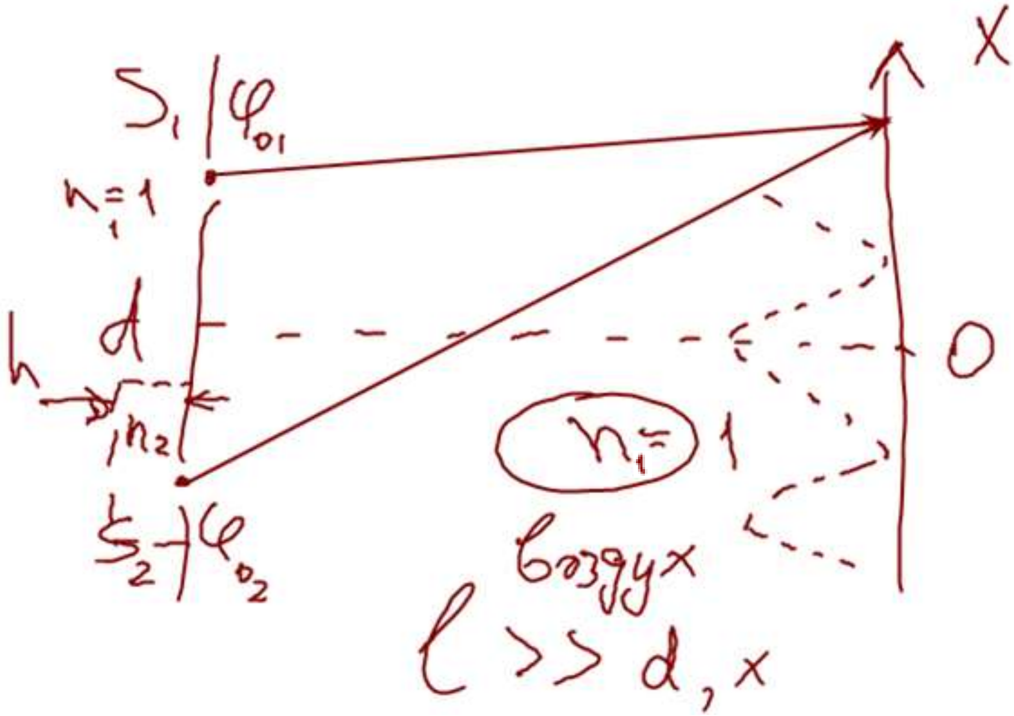
$$\Delta = (n_2 - n_1)h$$

Изменяется n_i ⇒ изменяется Δ ⇒ смещаются полосы

Измеряем $n_2 - n_1$ ⟹ рефрактометрия

2.4. Оптическая разность хода. Рефрактометрия

Пример: Задача 8.7



а) $x^{max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0$;

$\varphi_{01} = \varphi_{02} \Rightarrow \Delta = \Delta r \cdot \overset{1}{\cancel{n}}$

"Центральный" max: $x_0^{(max)} = 0 \quad (\Delta = 0)$

б) $\varphi_{02} \neq \varphi_{01}$ $\quad \Delta_0' = h \cdot n_2 - h = h(n_2 - 1)$

$x_0^{(max)} \neq 0$

$$\Delta_0' = (n_2 - 1)h$$

Где теперь $\left[x_0^{(max)}\right]'$??

Там, где $\Delta'_{x0} = 0$ или $\Delta_0 + \Delta r = 0$: $\quad (n_2 - 1)h + \frac{d}{l}\left[x_0^{(max)}\right]' = 0$

$$\left[x_0^{(max)}\right]' = -\frac{l}{d}(n_2 - 1)h$$

$$\Delta X = \frac{l}{d}\lambda_0$$

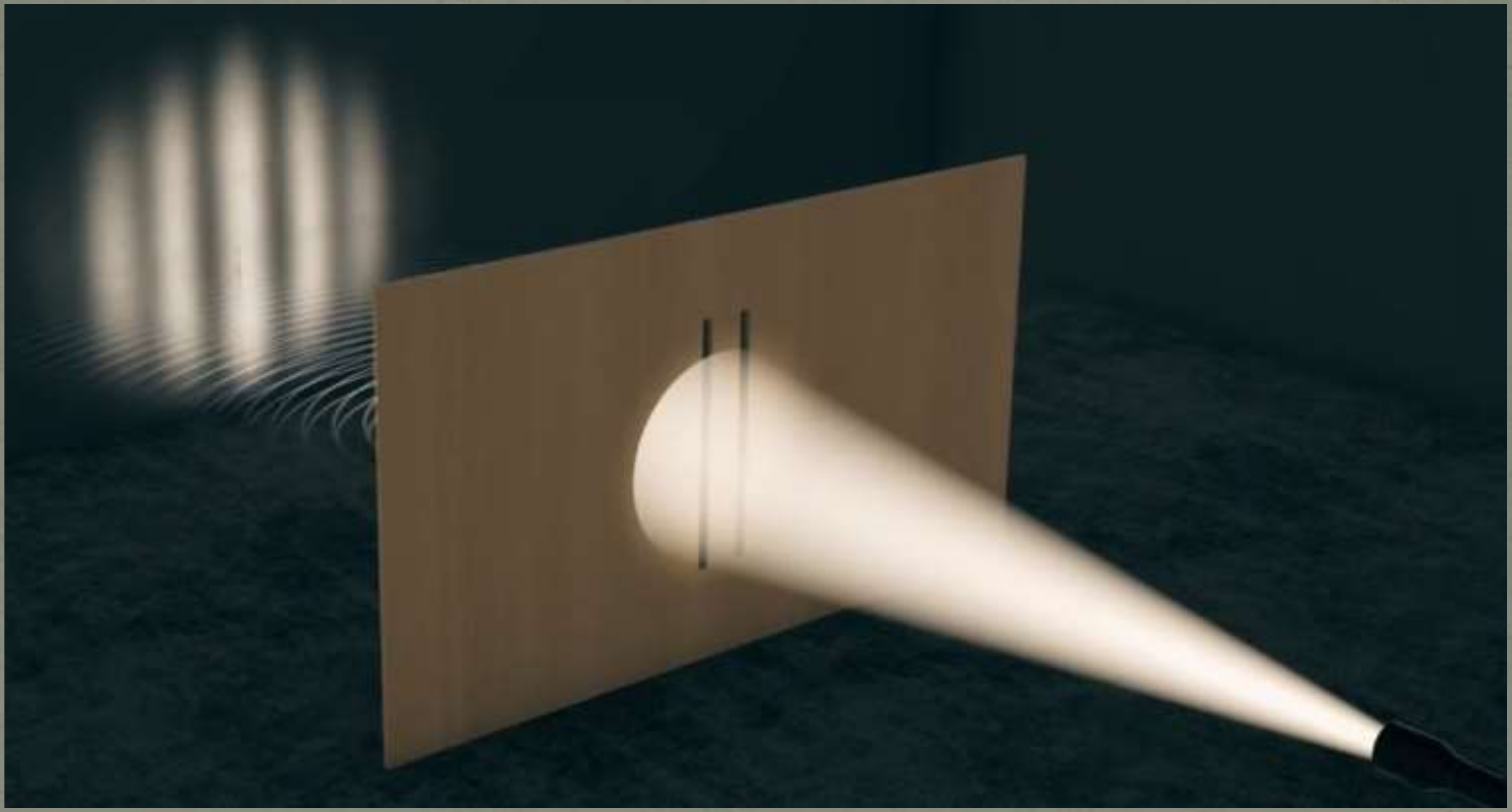
На сколько «полос» сместится картина?

$$\Delta N = \frac{(n_2 - 1)h}{\lambda_0}$$

Задача 8.7

n = 1,33; λ_o = 0,66 мкм;
d = 10 мкм
N = 5 полос

Интерференция света – опыт Юнга



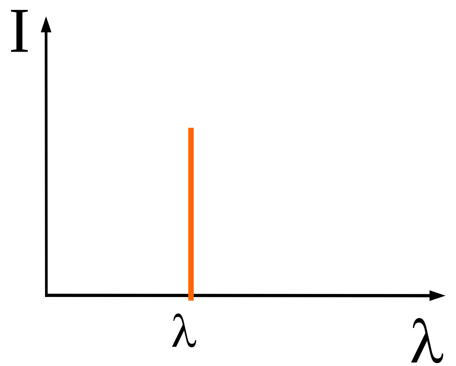
§ 3. Степень когерентности.
Временнáя и пространственная когерентность (поправки на реальность)

(**Rem 2.1:** **Проблемы когерентности** (или *почему со светом всё сложнее*?))

3.1. Влияние немонохроматичности. Временнáя когерентность
(“**длина когерентности**”)

Спектр излучения ??

Монохроматический – «Идеальный»



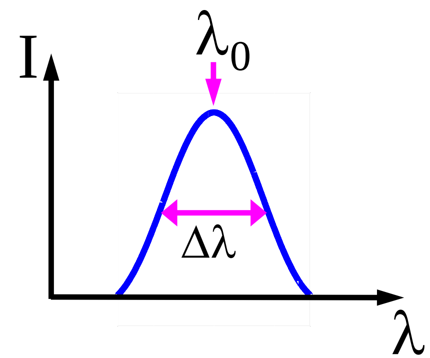
Спектр “*а*”

“Полная” когерентность:

δ = const (в данной точке!) $\delta = \delta$ (x,y,z, **но не от** t **!**)

“Видность” (контраст) = 100%

Немонохроматический – «Реальный»



Спектр “*б*”

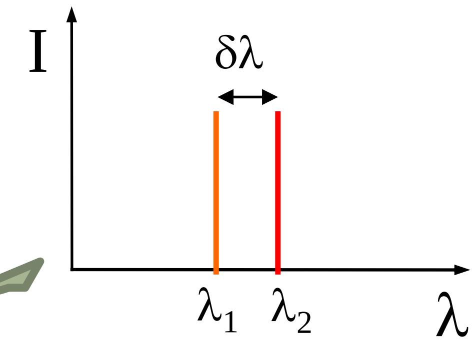
“Частичная” когерентность

Наложение инт. картин **с разными** δ

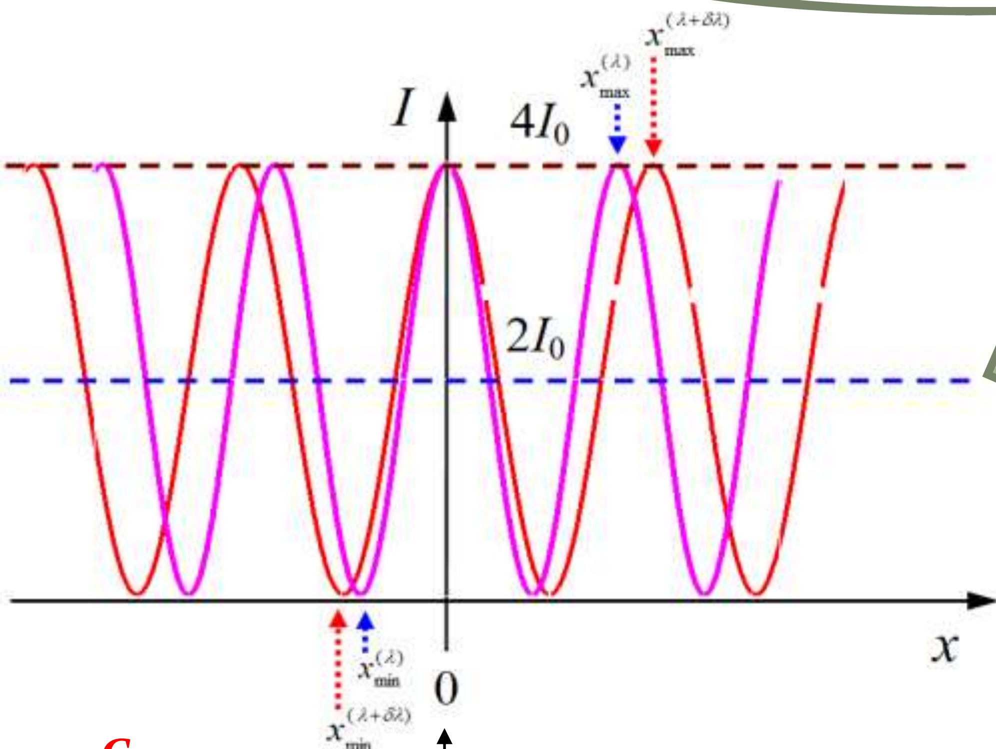
“Видность” (контраст) падает!

Пример 1. **Наблюдаем на экране в точке от двух источников со спектром** (каждый):

$S_1 : \lambda$ и $\lambda + \delta\lambda$ $(\omega + \delta\omega$ и $\omega)$ **и** $S_2 : \lambda$ и $\lambda + \delta\lambda$ $(\omega + \delta\omega$ и $\omega)$



Спектр “б”



Rem:

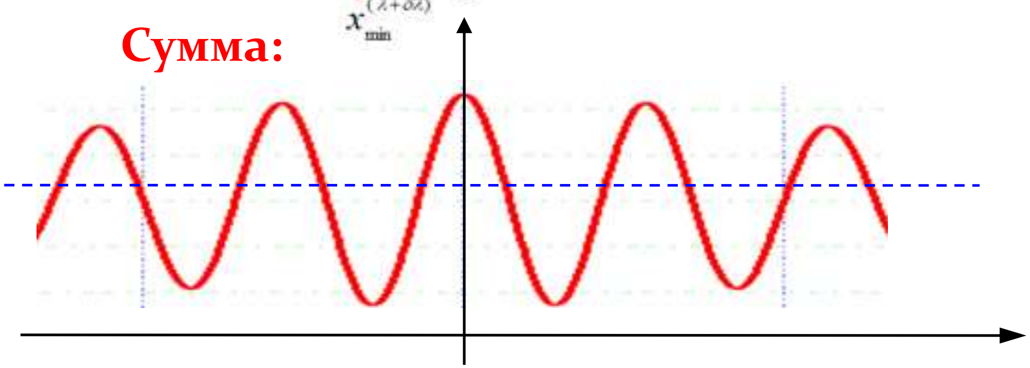
$$x_m^{(\max)} = \pm m\frac{l}{d}\lambda$$

А что увидим ?

“Видность” ≡ контраст :

$$"\textit{Видность}" = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Сумма:

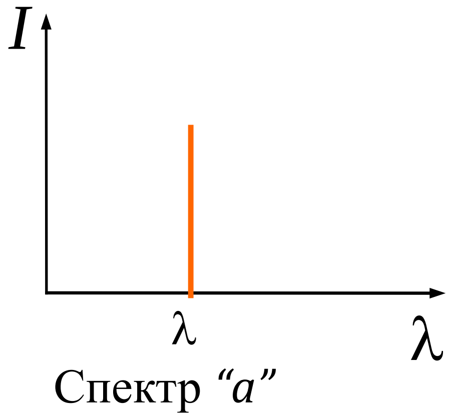


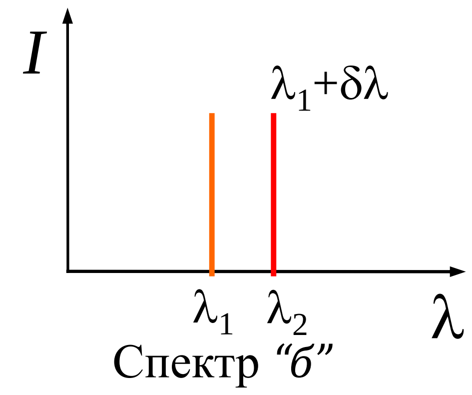
Уменьшается ☹

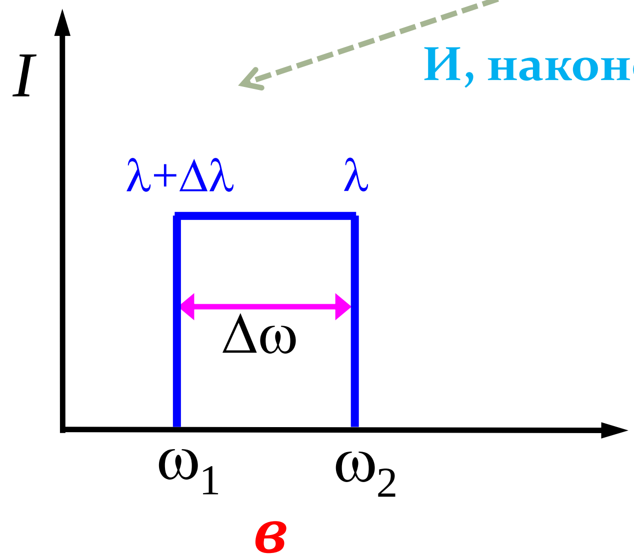
А если “усложнить” спектр ?

1) Временнáя когерентность

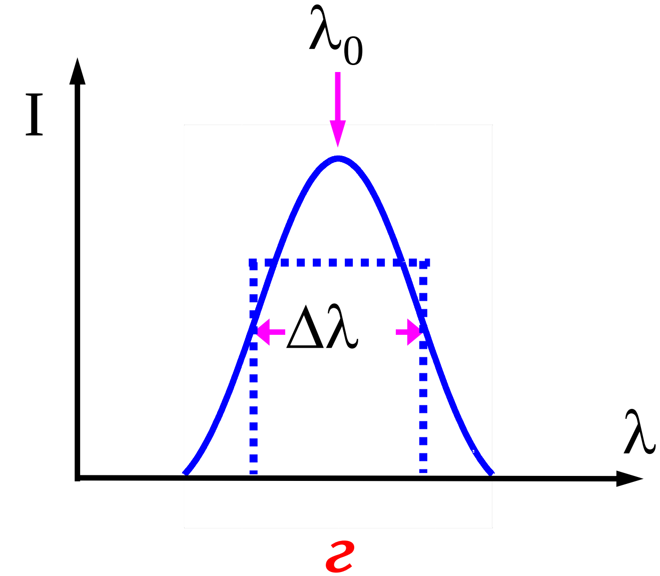
Немонохроматичность источника (ширина спектра излучения $\Delta\lambda$)







И, наконец, вот так:



Критерий потери видности:

“картина” для $\lambda + \Delta\lambda$ «догоняет» “картину” для $\lambda \Rightarrow m^{пор}$:

$$m^{пор} < \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$ – **“число когерентных колебаний” / “степень монохроматичности”**

В схеме Юнга максимальная о. р. х. : $\Delta^{пор} = m^{пор} \cdot \lambda \Rightarrow m^{пор} \cdot \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \Rightarrow$

«длина когерентности»

$$l_{ког} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

Вывод: Если $\Delta < l_{ког}$ **, то ещё есть когерентность !**

(видна интерференционная картина)

Итак, фактор 1

1) Немонохроматичность источника ($\Delta\lambda$):

$$l_{ког} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \qquad \tau_{ког} = \frac{l_{ког}}{c}$$

Временнáя когерентность ?? *)

или: $\tau_{ког} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$

Пример 2

"Солнце": $400 \div 760$ *нм*

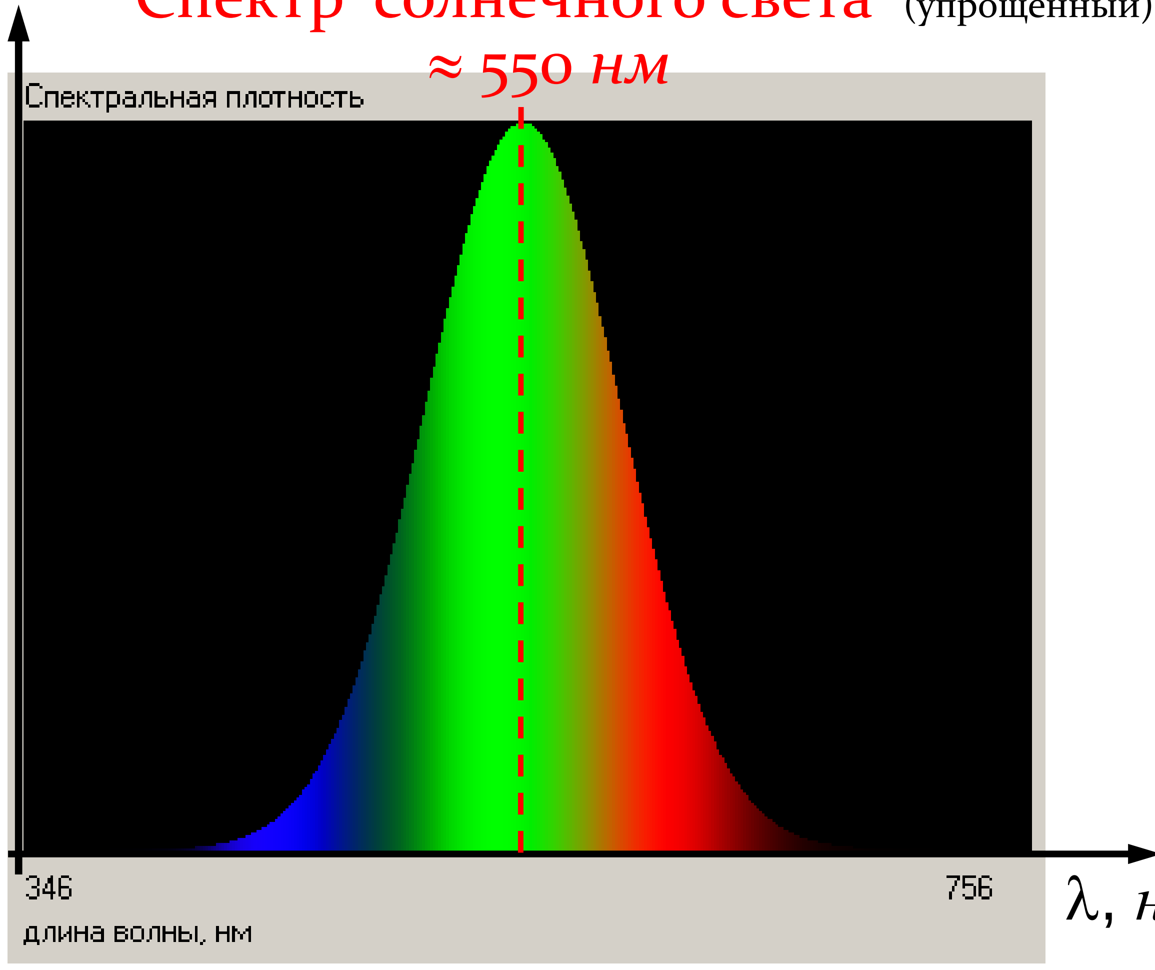
$\Delta\lambda \approx 350$ *нм*

$$m^{пор} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \approx ...$$

$l_{ког} \approx$ **??** *мкм*

$\tau_{ког} \approx ...$

Спектр солнечного света (упрощённый)



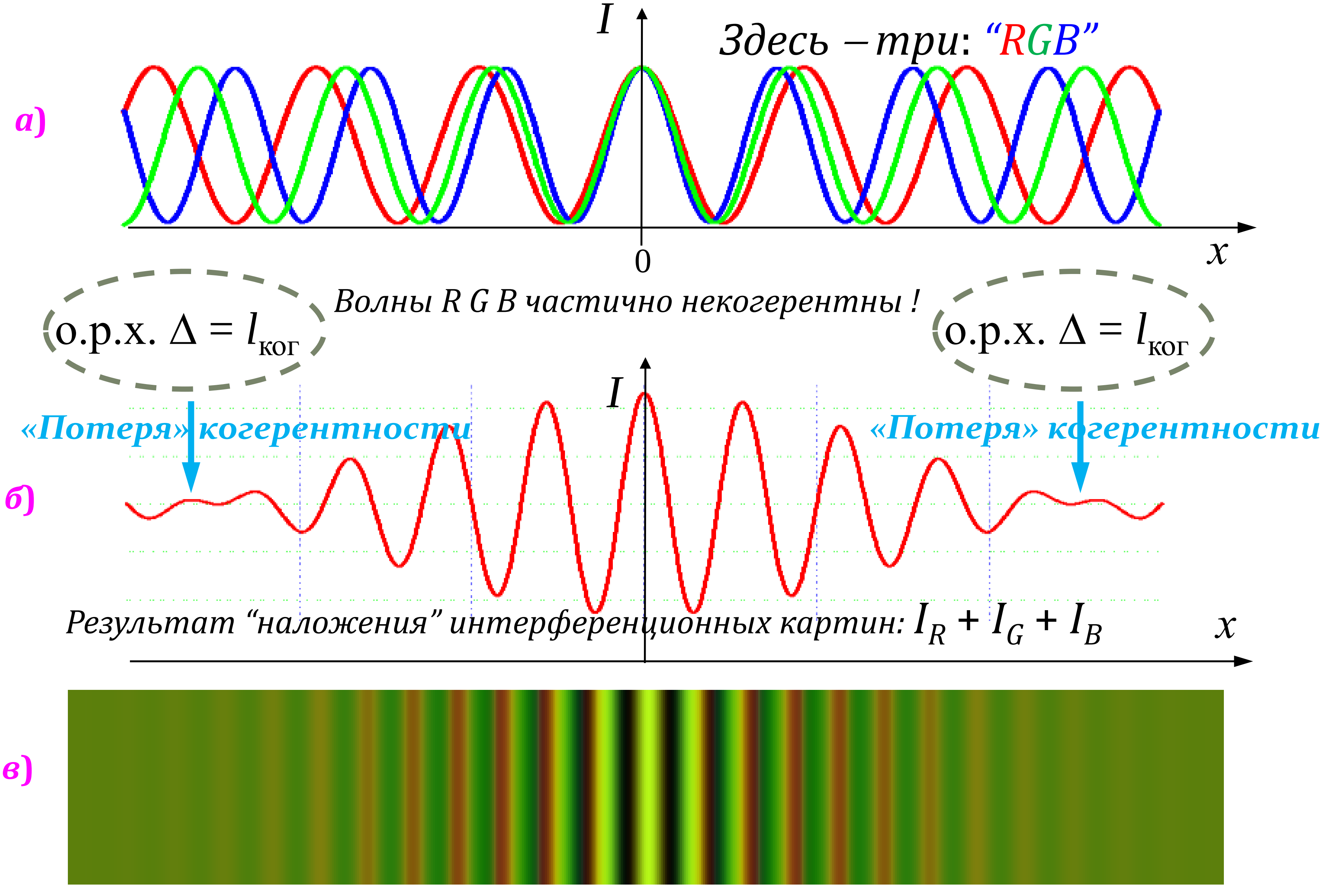
Один цвет:

$\Delta\lambda \approx 50$ *нм*

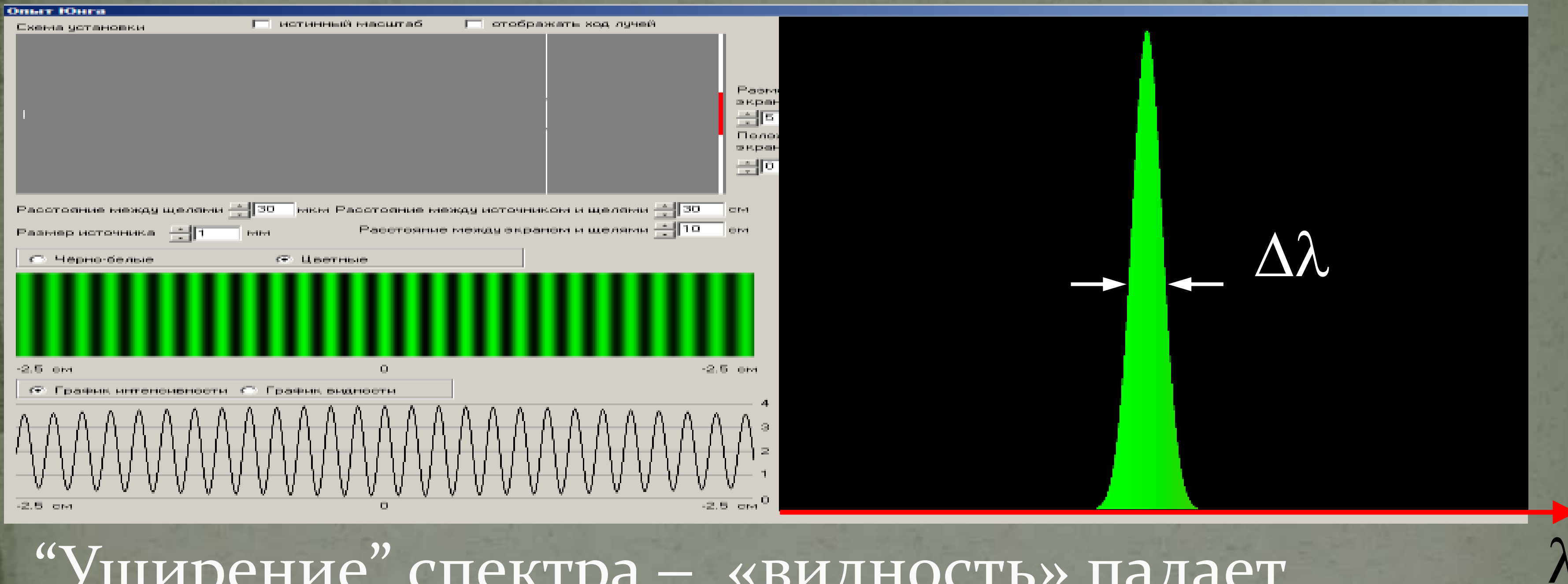
$m^{пор} \approx 10$ **!**

$l_{ког} \approx 5$ *мкм*

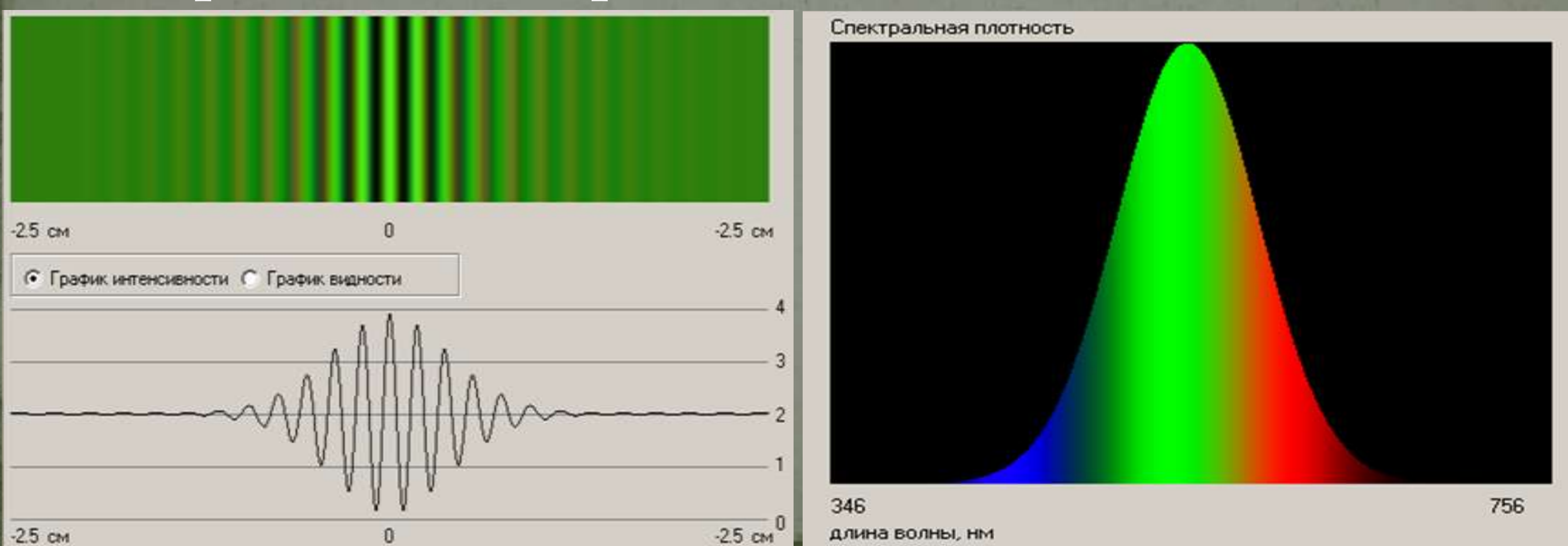
Белый свет – “много спектральных линий”



Свет монохроматичен – хорошая «видность»

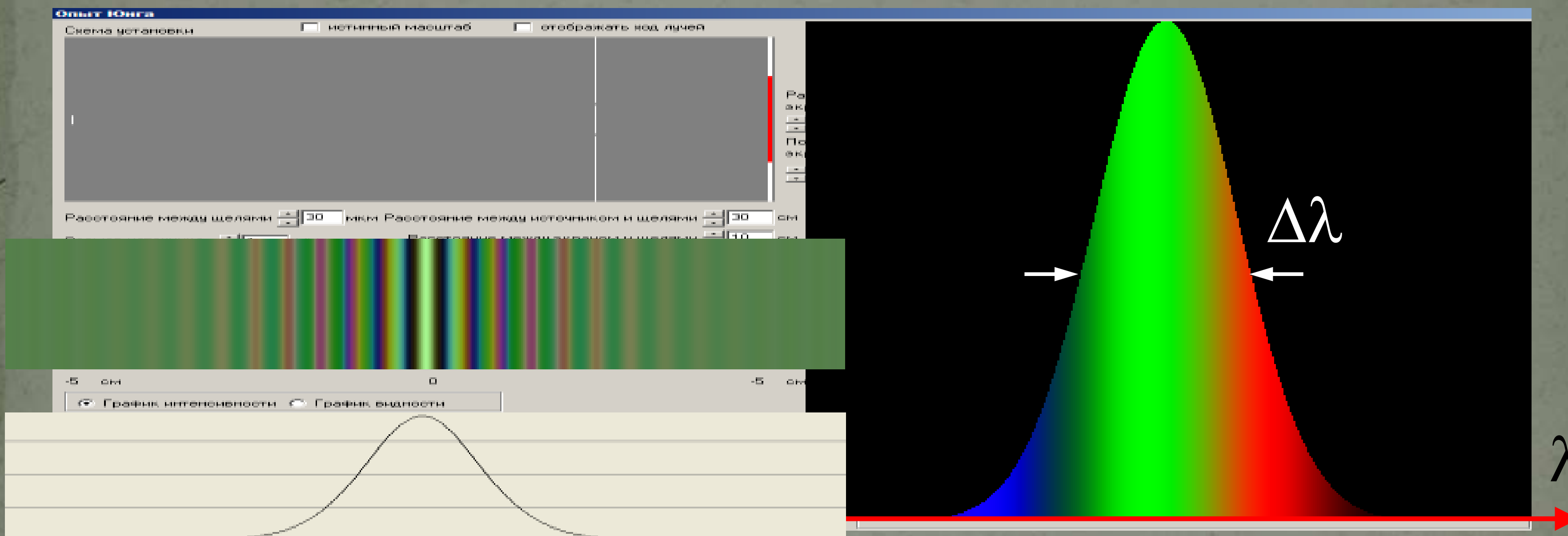


“Уширение” спектра – «видность» падает



“Белый свет”

- Видность сохраняется только за счёт “цветности”



**) Только для «любознательных» - Почему «временнáя» … ??

Пример 2 (Задача 8.2). Наблюдаем в одной точке от двух источников S_1: ω и S_2: $\omega + \Delta\omega$

Колебания от S_1: $$E_1 = E_0 \cos(\omega t - \varphi_1)$$

Колебания от S_2: $$E_2 = E_0 \cos[(\omega + \Delta\omega)t - \varphi_2]$$

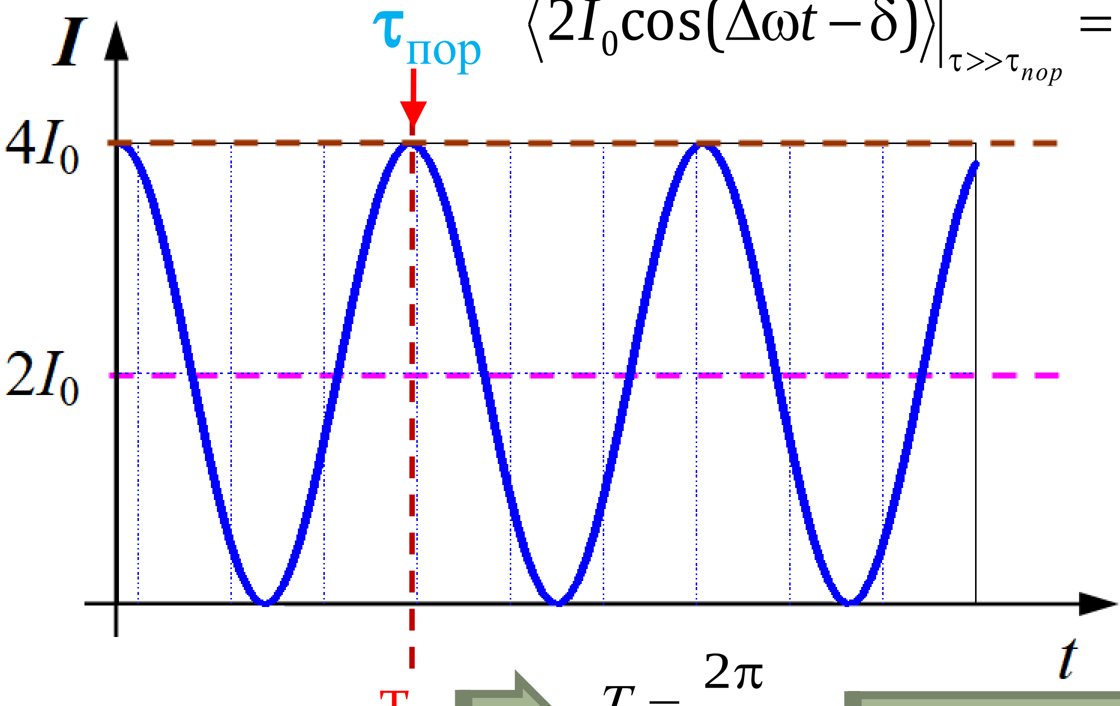
$(\varphi_2 - \varphi_1) = \delta$ – учёт разности хода и начальных фаз

Метод векторных диаграмм:

$$E_p^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2 \cos(\Delta\omega t - \delta)$$

$$I_p = 2I_0[1 + \cos(\Delta\omega t - \delta)]$$

$$\langle 2I_0 \cos(\Delta\omega t - \delta)\rangle\Big|_{\tau >> \tau_{пор}} = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} \cos(\Delta\omega t - \delta)dt = 0$$



$$T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

$$I_p = 2I_0 = I_1 + I_2$$

Нет интерференции

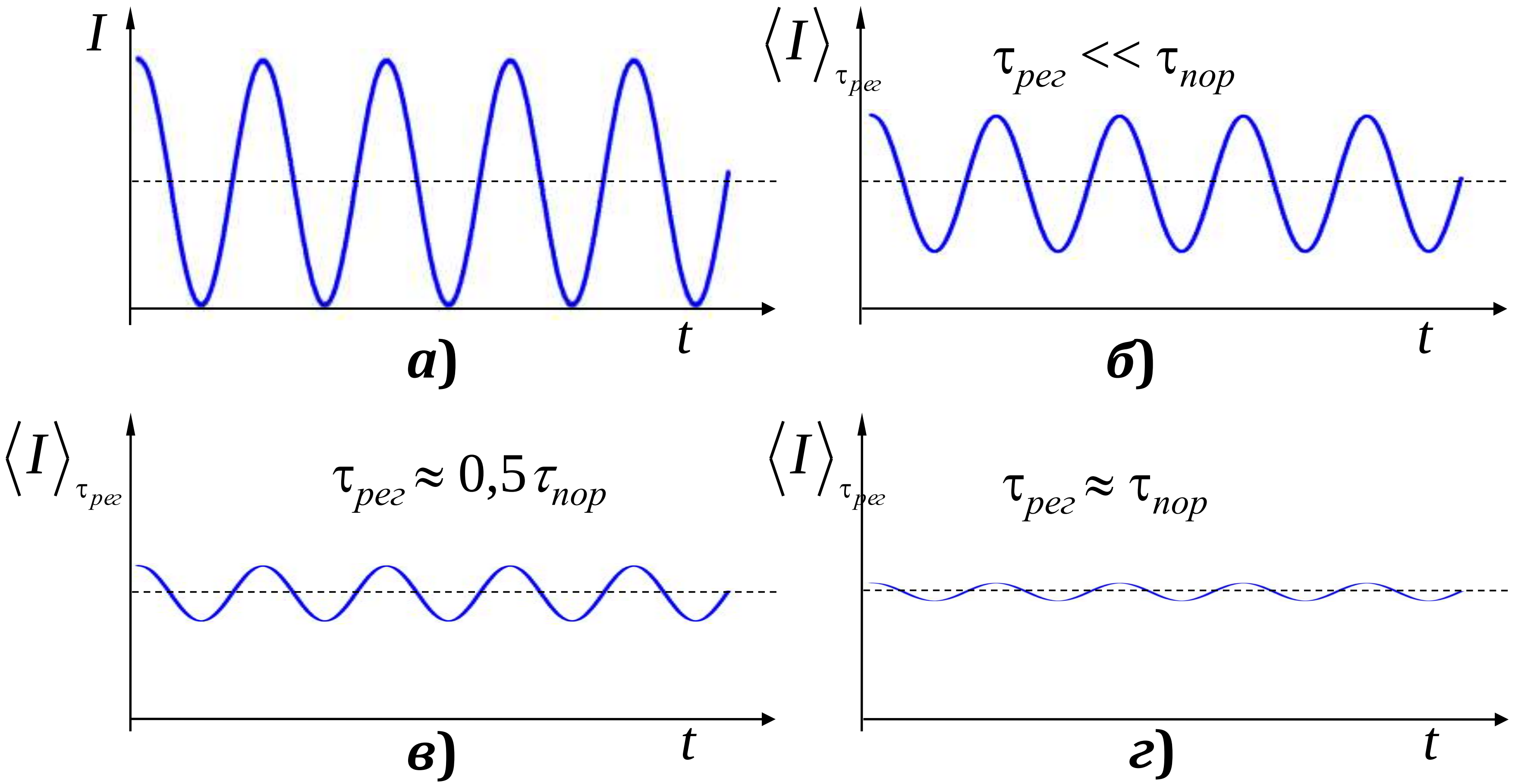
НО

!!?

$$\tau_{пор} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

**) Почему временна́я … ??

Время регистрации $\tau << T$ - наблюдаем пульсации $I(t)$!

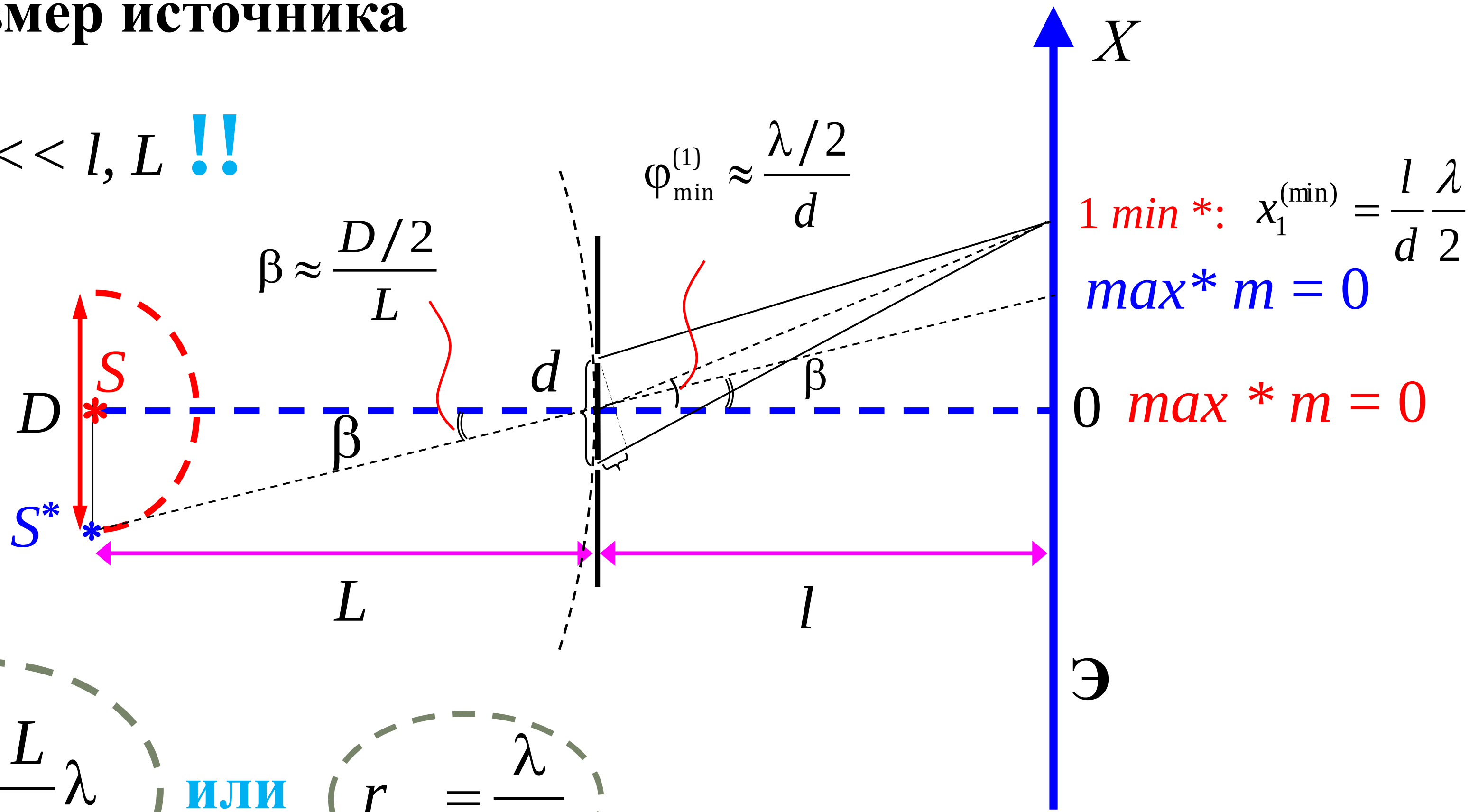


Если $\tau \le \tau_{пор} = \dfrac{2\pi}{\Delta\omega}$ ⇨ $I_p \neq I_1 + I_2$ Интерференция !!

3.2. Влияние размеров источника – пространственная когерентность
(“*Радиус когерентности*”)

D – **размер источника**

$d,\ D << l,\ L$ **!!**



$$r_{ког} = \frac{L}{D}\lambda$$ **или** $$r_{ког} = \frac{\lambda}{2\beta}$$

угловой размер источника $2\beta = D/L$

<u>Пример</u>

“Солнце”: $2\beta \approx 0{,}01$ рад

угловой размер Солнца

$r_{ког} =$ **??**

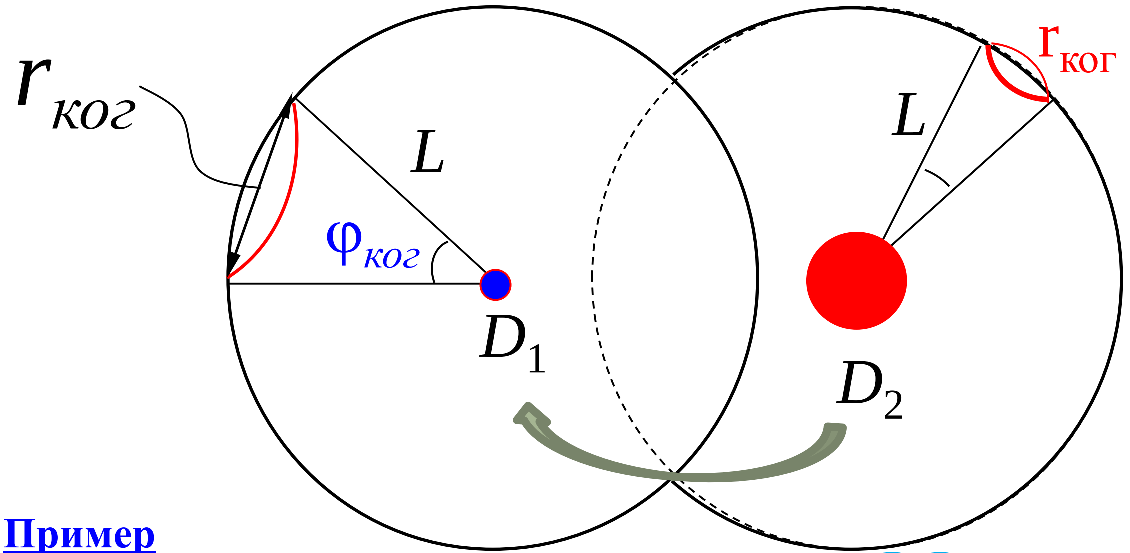
$$r_{ког}^{(Солнца)} = \frac{\cdots}{0{,}01} =$$

$\Rightarrow$ неудача Гримальди

2) Пространственная когерентность

Размеры источника (D)

$$r_{ког} = \frac{L}{D}\lambda$$



или

$$r_{ког} = \frac{\lambda}{2\beta}$$

угловой размер источника

Пример

"Солнце": $2\beta \approx 0{,}01$ рад $\quad r_{ког} =$ **??** $\quad r_{ког}^{(Солнца)} = \frac{\dots}{0{,}01} = \dots$

♣ **Замечания**

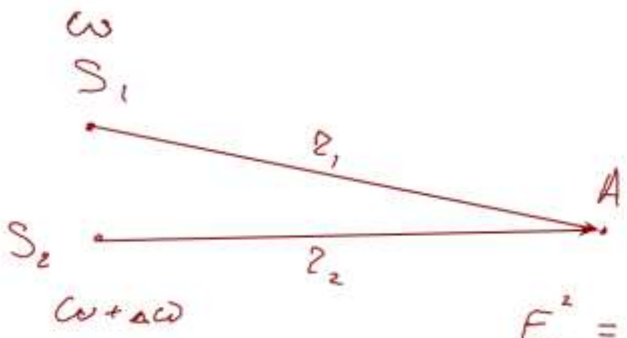
1) «Абсолютная когерентность»: разность фаз $\delta = const$ или

а) $\varphi_{01} - \varphi_{02} = const$; ***б***) $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$. (λ_0)

2) Реальная: *а*) $\Delta < l_{ког}$ и *б*) в пространственных пределах радиуса когерентности.

3) Интерференции нет, если $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2$ **(задача 8.3).** $\vec{E}_1(t) + \vec{E}_2(t) =$ **?**

Доска



$$E_p(t) = E_1(t) + E_2(t)$$

$$E_{0p}^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2\cos\left[\Delta\omega t - k(r_2-r_1) + \delta_0\right]$$

$\Delta\omega \ll \omega$

$$\omega t - kr_1 + \varphi_{01}$$

$$(\omega+\Delta\omega)t - kr_2 + \varphi_{02}$$

$$\delta = \varphi_{01} - \varphi_{02} = const$$

$$k(r_2-r_1) = const_2$$

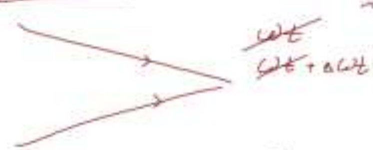
$$m\lambda_0 \le \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

$$l_{ког} = \tau_{ког}\, c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}; \quad \Delta^{max} = m\cdot\lambda_0; \quad \Delta \le l_{ког} \Rightarrow \boxed{m' = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}}$$

$$\tau_{ког} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{\cancel{2\pi}}{\frac{\cancel{2\pi}}{T_1} - \frac{\cancel{2\pi}}{T_2}} = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} = \frac{\frac{\lambda_1}{c}\cdot\frac{\lambda_2}{\cancel{c}}}{\frac{\lambda_2}{\cancel{c}} - \frac{\lambda_1}{\cancel{c}}} = \frac{\lambda_0^2}{c\cdot\Delta\lambda};$$

Доска 1′

разность фаз $= \Delta\omega t - \overbrace{k(\underbrace{r_2-r_1}_{\Delta r}) - \delta_0}^{\delta = const}$



$\delta_0 = \varphi_{01} - \varphi_{02}$

$$E_p^2 = 2E_0^2\left[1 + \cos(\Delta\omega t - \delta)\right]$$