

## Задача № 102

## (Лабораторная работа 1.1)

**Кинематика и динамика прямолинейного движения тела вдоль скамьи с воздушной подушкой**

При подготовке к выполнению этой задачи следует ознакомиться с теорией по учебным пособиям:

1. И.В. Савельев. "Курс физики. Том 1. Механика. Молекулярная физика", М., изд. Наука. Глава "Механика твёрдого тела".
2. П.К. Кашкаров, А.В. Зотеев, А.Н. Невзоров, А.А. Склянкин. «Задачи по курсу общей физики с решениями. [«Механика. Электричество и магнетизм»](#)», М., изд. МГУ§ 3 учебного пособия.

**1. Цель работы**

Цель данной работы состоит в экспериментальном изучении равноускоренного поступательного движения.

**Идея эксперимента**

Изучение законов равноускоренного движения проводится на основе анализа кинематических характеристик движения тела по наклонной плоскости. Использование скамьи с воздушной подушкой позволяет практически полностью устранить трение между движущимся телом и поверхностью наклонной плоскости.

**2. Теоретическая часть**

**Кинематика** – раздел механики, изучающий движение тел без анализа причин, вызывающих это движение. Простейшей моделью физического тела является *материальная точка* (МТ) – тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Положение любого тела в пространстве может быть определено только по отношению к системе отсчёта. **Система отсчёта** (СО) – это совокупность тела отсчёта, связанной с ним системы координат и набора синхронизированных между собой часов, размещённых в разных точках пространства.

**Тело отсчёта** – тело, относительно которого рассматривается движение других тел.

**Система координат** – способ определять положение точки с помощью чисел. Декартова (или прямоугольная) система координат – система трёх взаимно

перпендикулярных прямых осей с указанным на них масштабom, пересекающихся в одной точке – начале системы координат.

Положение МТ в такой прямоугольной системе задается **радиус-вектором материальной точки** – вектором, начало которого совпадает с началом координат, а конец – с положением материальной точки:

$$\mathbf{r} = x \cdot \mathbf{e}_x + y \cdot \mathbf{e}_y + z \cdot \mathbf{e}_z, \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$  – орты системы координат,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – координаты материальной точки в выбранной системе координат.

**Закон движения материальной точки** – зависимость радиус-вектора или координат материальной точки от времени.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t) \cdot \mathbf{e}_x + y(t) \cdot \mathbf{e}_y + z(t) \cdot \mathbf{e}_z. \quad (1.2)$$

**Траектория движения материальной точки** – кривая в пространстве, вдоль которой движется материальная точка.

**Перемещение  $\Delta \mathbf{r}(t)$  материальной точки** – вектор, соединяющий начальную и конечную точки движения (изменение радиус-вектора материальной точки за время  $\Delta t$ ). **Путь ( $l$ )** – это длина участка траектории.

**Скорость материальной точки** – вектор  $\mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ :

$$\mathbf{V} = V_x \mathbf{e}_x + V_y \mathbf{e}_y + V_z \mathbf{e}_z, \quad (1.3)$$

где  $V_x = \frac{dx}{dt}$ ,  $V_y = \frac{dy}{dt}$ ,  $V_z = \frac{dz}{dt}$ . Зная мгновенную скорость как функцию времени,

можно найти вектор перемещения МТ:  $dt$

$$\Delta \mathbf{r} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{V}(t) dt. \quad (1.4)$$

**Модуль вектора скорости**  $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$  равен путевой скорости

$$v = \frac{dl}{dt}. \quad (1.5)$$

Это позволяет находить пройденный путь её интегрированием:

$$\Delta l = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt. \quad (1.6)$$

**Ускорение материальной точки** – вектор  $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{V}}{dt}$

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{e}_x + a_y \mathbf{e}_y + a_z \mathbf{e}_z, \quad (1.7)$$

## Законы Ньютона

**Первый закон Ньютона.** Существуют инерциальные системы отсчёта, в которых свободное тело (тело, на которое не действуют другие тела) движется равномерно и прямолинейно или покоится.

Именно для *инерциальных систем отсчёта* формулируются основные законы классической механики.

**Второй закон Ньютона.** В инерциальной системе отсчёта ускорение, которое приобретает тело в результате действия на него сил, прямо пропорционально результирующей силе. При решении задач этот закон обычно записывается в виде:

$$m\mathbf{a} = \sum_i \mathbf{F}_i, \quad (1.8)$$

и затем в проекциях на оси системы координат.

**Третий закон Ньютона.** Если две материальные точки действуют друг на друга, то силы такого взаимодействия:

- 1) равны по модулю,
- 2) противоположны по направлению,
- 3) направлены вдоль прямой, соединяющей эти материальные точки,
- 4) возникают парами и приложены к разным материальным точкам,
- 5) одной природы.

**Уравнение движения** – второй закон Ньютона, записанный в векторной форме, или в проекциях на оси координат инерциальной системы отсчёта:

$$m\mathbf{a} = \sum_i \mathbf{F}_i \quad \text{или} \quad \begin{cases} ma_x = \sum_i F_{ix}, \\ ma_y = \sum_i F_{iy}, \\ ma_z = \sum_i F_{iz}. \end{cases} \quad (1.9)$$

**Законы динамики** – это законы Ньютона и законы, описывающие индивидуальные свойства сил.

Рассмотрим тело (тележку), соскальзывающую с наклонной плоскости. На него действуют сила тяжести, нормальная составляющая силы реакции опоры и её касательная составляющая – сила трения (рис. 1.).

В лабораторной (инерциальной) системе отсчёта напомним ось  $X$  декартовой системы координат вдоль наклонной плоскости (рис. 1.1.).

При анализе движения тележки её можно считать абсолютно твёрдой. Движение твёрдого тела является поступательным, если все точки тела движутся по одинаковым траекториям, с одинаковыми скоростями и

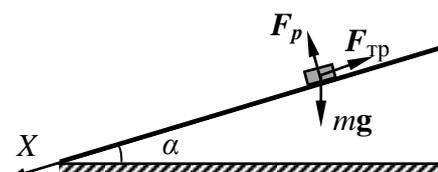


Рис. 1.1. Силы, действующие на тело.

ускорениями. Поэтому достаточно исследовать движение всего одной точки тела, например, его центра масс.

В проекции на ось  $X$  уравнение движения имеет вид:

$$ma = mg \sin \alpha - F_{mp}. \quad (1.10)$$

При использовании скамьи с воздушной подушкой (как в настоящей задаче) силой трения можно пренебречь. Поэтому для ускорения центра масс тела получим:

$$a = g \sin \alpha. \quad (1.11)$$

Для нахождения закона движения необходимо дважды проинтегрировать (1.11) по времени и учесть начальные условия. В качестве таковых выберем координату и скорость тела в начальный момент времени:

$$x(t = 0) = x_0, \quad (1.12)$$

$$V(t = 0) = V_0. \quad (1.13)$$

Интегрируя (1.11) по времени, с учётом (1.13) получаем закон изменения скорости тела:

$$V(t) = V_0 + a \cdot t. \quad (1.14)$$

Интегрируя (1.14) и учитывая (1.13), находим закон движения тела:

$$x(t) = x_0 + V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}. \quad (1.15)$$

Исключая из (1.14) и (1.15) время, получаем зависимость скорости тела  $V$  от его координаты  $x$ :

$$V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0), \quad (1.16)$$

где  $a = g \sin \alpha$ .

Согласно (1.16), квадрат скорости тела линейно зависит от его координаты. Следовательно, на графике угол наклона прямой  $V^2(x)$  не зависит от выбранных начальных условий  $(V_0, x_0)$ , что и позволяет экспериментально определить ускорение тела.

### 3. Экспериментальная установка

Скамья с воздушной подушкой представляет собой полую тонкостенную дюралюминиевую трубу 1 треугольного сечения, установленную на горизонтальном основании. Регулировочные винты 4 и 5 позволяют изменять угол  $\alpha$  наклона трубы относительно горизонта (см. рис. 1.2). Торцы трубы закрыты заглушками. В одной из заглушек имеется отверстие, соединенное с гибким шлангом 2. Через шланг в трубу при помощи компрессора нагнетается воздух, который выходит из неё через множество маленьких отверстий, просверленных в двух гранях трубы, ориентированных вверх. Между трубой и специально изготовленной тележкой 3 создается воздушная подушка, благодаря которой тележка «зависает» над скамьей и может перемещаться вдоль неё практически без трения.

В работе все необходимые регулировки осуществляются с помощью *винта 4*.

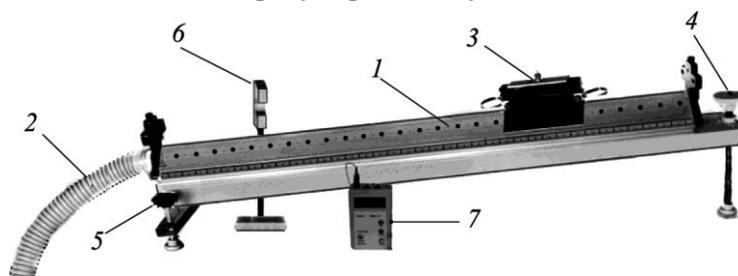


Рис. 1.2. Экспериментальная установка.

На тележке имеется специальная насадка с закреплёнными на ней двумя тонкими пластинами, расположенными на небольшом расстоянии  $l$  друг от друга. Когда тележка проходит под *датчиком времени 6*, пластины последовательно перекрывают и открывают световой луч, соответственно запуская и останавливая *таймер 7*.

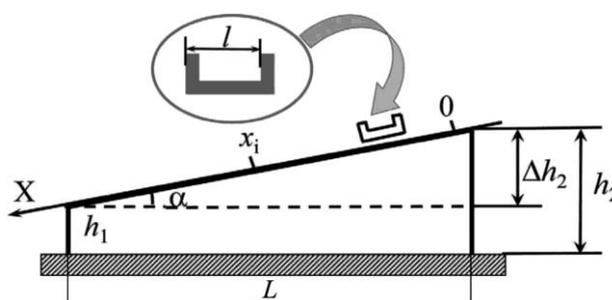


Рис. 1.3. Размеры установки и координаты тележки.

Таким образом, датчики работают как «световые ворота» и позволяют фиксировать время  $t$ , в течение которого тележка проходит малое расстояние  $l$ , равное расстоянию между пластинами (см. вставку на рис. 1.3). Измеряя время  $t$ , можно определить среднюю скорость движения на малом участке пути  $l$ :

$$V = \frac{l}{t}. \quad (1.17)$$

Поскольку расстояние  $l$  между пластинами мало, можно считать, что средняя скорость  $V$  на интервале времени  $t$  мало отличается от мгновенной скорости тележки на участке траектории вблизи координаты  $x_i$ .

## 4. Порядок проведения работы

### Упражнение 1. Юстировка скамьи с воздушной подушкой и определение её параметров

1. С помощью *регулировочного винта 4* установить скамью горизонтально ( $\alpha = 0$ ). Для этого включить компрессор, аккуратно установить тележку на скамью и, вращая регулировочный винт, добиться, чтобы тележка не перемещалась по скамье.

Устанавливая тележку в разные положения на скамье, убедиться, что тележка остаётся неподвижной в любом месте. Убедиться также, что отсутствуют перекосы скамьи в какую-то либо сторону.

2. Оценить точность установки горизонтального положения. Для этого, вращая регулировочный винт, определить пределы изменения высоты  $h_2$ , при которых тележка будет оставаться неподвижной. Учесть, что шаг резьбы регулировочного винта равен 1 мм (один оборот винта изменяет высоту на 1 мм).

3. Измерить линейкой длину основания между регулировочными винтами, расстояние  $L$  (см. рис. 1.3), взвесить тележку. Записать результаты измерений в виде:

$$L = (\dots \pm \Delta L) \text{ см}$$

$$l = (\dots \pm \Delta l) \text{ см}$$

$$m = (\dots \pm \Delta m) \text{ г}$$

$$h_2 = (\dots \pm \Delta h_2) \text{ мм}$$

### Упражнение 2. Анализ закона движения и определение ускорения тележки

#### Измерения

1. С помощью регулировочного винта установить скамью в наклонное положение, увеличив высоту  $h_2$  на  $\Delta h_2 = 3 \text{ мм}$  (три полных оборота регулировочного винта \*).

2. Установить на скамью тележку в положении с координатой  $x_0 = 0$ .

3. Установить датчик в положение  $x_1 = 20 \text{ см}$ .

4. Измерить время  $t$  прохождения тележки мимо датчика. Полученные значения записать в табл. 1.1.

Экспериментальные данные

Таблица 1.1.1 – 1.1.3

$x_i, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$V, \text{ м/с}$	$\Delta V, \text{ м/с}$	$(V^2 \pm \Delta V), \text{ м}^2/\text{с}^2$
0,2				
0,4				

\*) Погрешность установления  $\Delta h_2$  принимается равной  $\Delta(\Delta h_2) = 0,1 \text{ мм}$

0,6				
0,8				
1,0				

$$a_1 = (\dots \pm \Delta a_1) \text{ см}; \quad a_2 = (\dots \pm \Delta a_2) \text{ см}; \quad a_3 = (\dots \pm \Delta a_3) \text{ см}.$$

5. Измерить по 3 раза<sup>\*)</sup> время  $t$  прохождения тележки мимо датчика для каждого из 5-ти различных положений датчика  $x_1 \div x_5$  (см. табл. 1.1.1). Результаты измерений записать в табл. 1.1.

6. Повторить эксперимент пп. 3–5 при  $\Delta h_2 = 6 \text{ мм}$  и  $\Delta h_2 = 9 \text{ мм}$  (соответственно 6 и 9 полных оборотов регулировочного винта). Результаты записать в аналогичную таблицу.

### Обработка результатов

1. Для каждого из проведенных измерений определить скорость

$$V = \frac{l}{t}.$$

2. Рассчитать относительную, а затем и абсолютную погрешность измерения квадрата скорости  $\Delta(V^2)$ , обусловленную приборными погрешностями:

$$\varepsilon_{V^2} = 2\varepsilon_V = 2\left(\frac{\Delta l^{\text{пр}}}{l} + \frac{\Delta t^{\text{пр}}}{t}\right), \quad \Delta(V^2) = \varepsilon_{V^2} \cdot V^2. \quad (1.18)$$

Результаты вычислений в пп. 1, 2 записать в табл. 1.1 и учесть при построении графика.

3. В соответствии с соотношением (1.16) зависимость  $V^2(x)$  должна быть линейной. Для трёх значений  $\Delta h_2$  построить графики зависимостей  $V^2$  от  $x$ . По углу наклона определить коэффициенты  $B$  в равенстве  $V^2 = A + B \cdot x$ . Результаты записать в табл. 1.2.

4. Из (1.16) с учётом  $x_0 = 0$  следует, что ускорение  $a$  равно

$$a = 0,5B.$$

<sup>\*)</sup> По согласованию с преподавателем можно проводить однократное измерение для каждого значения  $x_i$ .

Вычислить значения  $a$  для трёх случаев и оценить их погрешности измерений по «разбросу» экспериментальных точек относительно соответствующих прямых на графике. Результаты записать под табл. 1.1 в стандартном виде.

5. Для трех значений  $\Delta h_2$  рассчитать угол  $\alpha_i$  по формуле

$$\alpha_i = \frac{\Delta h_2}{L}.$$

6. Рассчитать погрешность  $\Delta\alpha_i$  для косвенных измерений, аналогично (1.18).

7. Вычислить значения  $\sin\alpha$  и его погрешности. Результаты пп. 6-8 записать в табл. 1.2.

8. Построить график зависимости  $a(\sin\alpha)$ . Согласно (1.11), эта зависимость – линейная. Убедиться, так ли это, и сравнить полученные значения ускорений с величинами  $g \cdot \sin\alpha$  для трех значений  $\Delta h_2$ . С учётом погрешностей измерений ускорение должно быть равно величине  $g \cdot \sin\alpha$  \*).

Экспериментальные результаты Таблица 1.2.

$\Delta h_2, \text{мм}$	$(a^{\text{эксп.}} \pm \Delta a), \text{м/с}^2$	$(\alpha \pm \Delta\alpha), \text{рад}$	$(a^{\text{теор.}} \pm \Delta a), \text{м/с}^2$
3			
6			
9			

### Упражнение 3 \*\*). Проверка независимости ускорения тележки от её массы

1. Установить высоту  $\Delta h_2 = 6 \text{ мм}$  (6 полных оборотов регулировочного винта).
2. Прикрепить груз  $\Delta m_1$  к тележке и взвесить тележку с грузом. Записать значение массы  $(m + \Delta m_1) \text{ г}$ . Установить тележку на скамью.
3. Установить датчик в положение  $x_i = 20 \text{ см}$ .
4. Измерить время  $t$  прохождения тележки мимо датчика. Полученные значения занести в табл. 3.
5. Измерить время прохождения тележки мимо датчика для других его положений, каждый раз перемещая датчик на  $20 \text{ см}$ . Результаты записать в табл. 3.

Экспериментальные данные Таблица 1.3

$x_i, \text{м}$	$t, \text{с}$	$V, \text{м/с}$	$\Delta V, \text{м/с}$	$(V^2 \pm \Delta V), \text{м}^2/\text{с}^2$
0,2				
0,4				

\*) При расчётах  $g \cdot \sin\alpha$  считать, что  $g = 9,82 \text{ м/с}^2$  и погрешность пренебрежимо мала.

\*\*) Это упражнение выполняется по указанию преподавателя. Все измерения проводятся при одном значении  $\Delta h_2$ .

0,6				
0,8				
1,0				

### **Обработка результатов**

Аналогично пп. 1 – 3 (см. «Обработка результатов» в *упр.2*) определить величины  $V$ ,  $\Delta V$ ,  $V^2$ ,  $\Delta V^2$ . Результаты записать в табл. 1.3.

1. Аналогично пп. 4, 5 *упр.2* определить ускорение тележки с дополнительной массой и его погрешность.
2. Проанализировать полученный результат.

## **5. Основные итоги работы**

*В процессе выполнения работы экспериментально проверяются основные законы динамики и кинематики поступательного движения. Следует сопоставить полученные для ускорения результаты с ожидаемыми «теоретическими» значениями.*

## **6. Контрольные вопросы**

1. Что такое средняя скорость, мгновенная скорость?
2. Что такое ускорение материальной точки?
3. Сформулируйте первый закон Ньютона. Что такое инерциальная система отсчёта?
4. Что такое масса? Как ее измерить?
5. Сформулируйте второй закон Ньютона.
6. Сформулируйте третий закон Ньютона.
7. Какое движение тела называют поступательным?