

Вопросы к контрольной работе по теоретической механике

(сокращения: ФЛ – функция Лагранжа, УЛ – уравнения Лагранжа, ФГ – функция Гамильтона, УГ – уравнения Гамильтона)

1. Дать определение голономной связи, обобщенных координат и числа степеней свободы системы, сформулировать принцип виртуальных работ и написать УЛ системы при наличии идеальных голономных связей (без вывода).
2. Получить ФЛ и УЛ частицы в аксиально-симметричном потенциальном поле в цилиндрических координатах.
3. Получить ФЛ и УЛ частицы в центрально-симметричном потенциальном поле в сферических координатах.
4. Доказать формулу $\frac{d}{dt} \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_\alpha} = \frac{\partial \dot{\vec{r}}}{\partial q_\alpha}$, где \vec{r} - радиус-вектор одной из частиц системы, описываемой обобщенными координатами q_α .
5. Доказать формулу $\frac{\partial \dot{\vec{r}}}{\partial \dot{q}_\alpha} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_\alpha}$, где \vec{r} – радиус-вектор одной из частиц системы, описываемой обобщенными координатами q_α .
6. ФЛ частицы массы m имеет вид $L(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) = \frac{m\dot{\vec{r}}^2}{2} + \frac{q}{c}(\vec{A}(\vec{r}, t), \dot{\vec{r}})$, где $\vec{A}(\vec{r}, t)$ - заданная функция. Получить УЛ по координатам x, y и z .
7. ФЛ системы не меняется при малом преобразовании обобщенных координат $q_\alpha \rightarrow q_\alpha + Q_\alpha(q)\varepsilon$, где $\varepsilon = const$. Вывести отсюда закон сохранения.
8. ФЛ системы не зависит от времени явно. Вывести отсюда закон сохранения.
9. ФЛ системы с одной степенью свободы не зависит от времени явно. Построить квадратуру, определяющую закон её движения.
10. Дать определение задачи двух тел и свести её к одночастичной.
11. Найти в квадратурах закон движения частицы в независимом от времени центральном поле.
12. Вывести второй закон Кеплера для частицы в центральном поле.
13. Получить уравнение траектории финитного движения частицы в кулоновом поле притяжения.
14. Получить УГ из УЛ с помощью преобразования Лежандра.
15. Дать определение ФГ и построить ФГ заряда в произвольном электромагнитном поле.
16. Сформулировать принцип наименьшего действия и получить из него УГ для \dot{q}_α .
17. Сформулировать принцип наименьшего действия и получить из него УГ для \dot{p}_α .
18. Написать тождество Якоби для скобок Пуассона (без доказательства) и доказать теорему Пуассона.
19. Дать определение фазового пространства и доказать каноническую инвариантность фазового объема.
20. Дать определение полного интеграла уравнения Гамильтона-Якоби и вывести алгоритм получения с его помощью закона движения системы.